



Universiteit
Leiden
The Netherlands

On the renormalization of random network models

Catanzaro, A.

Citation

Catanzaro, A. (2026, September 10). *On the renormalization of random network models*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/4309543>

Version: Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/4309543>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Samenvatting

Dit proefschrift bestudeert de renormalisatie van willekeurige netwerkmodellen, met bijzondere aandacht voor de topologische en algebraïsche structuren die ontstaan wanneer netwerken worden coarse-grained of gedeeltelijk worden waargenomen. Het werk is verdeeld in twee delen.

Het eerste deel analyseert het Multi-Scale Model (MSM), een willekeurig netwerkmodel dat voortkomt als het vaste punt van een renormalisatieprocedure waarbij knooppunten worden samengevoegd tot superknooppunten, terwijl de functionele vorm van de connection probability behouden blijft. Het MSM vereist dat de fitnesses van de nodes een heavy-tailed verdeling met oneindige verwachtingswaarde volgen, en deze eigenschap geeft het model een aantal opmerkelijke kenmerken.

Hoofdstuk 2 karakteriseert het spectrum van de bogenmatrix van het MSM. De dominante eigenwaarden groeien als de vierkantswortel van de netwerk grootte, wisselen van teken, en liggen op de snijpunten van de reële as met een logaritmische spiraal in het complexe vlak, analytisch gekarakteriseerd via de Gammafunctie. De bijbehorende eigenvectoren vertonen log-periodieke oscillaties als functie van de node fitness, een kenmerk van discrete zelfgelijkvormigheid. De bulk van het spectrum strekt zich uit tot dezelfde schaal als de outlier eigenwaarden, in schril contrast met het gedrag van finite-mean modellen.

Hoofdstuk 3 bewijst dat het MSM van nature een niet-triviale clustering-functie genereert zonder gebruik te maken van een onderliggende geometrische ruimte. In het infinite-mean regime heeft nagenoeg iedere node, op de hoogst verbonden hubs na, een local clustering coefficient dicht bij één, en wordt het netwerk in precieze zin asymptotisch volledig geclusterd. De analyse onthult ook een gebrek aan self-averaging in de gemiddelde clustering coefficient, een gevolg van de heavy-tailed fitness-verdeling.

Het tweede deel ontwikkelt een renormalisatietheorie voor willekeurige netwerkmodellen met gecorreleerde links. De centrale observatie van Hoofdstuk 4 is dat het marginaliseren van een gecorreleerd netwerkmodel over ongeobserveerde variabelen equivalent is aan het uitvoeren van een decimatiestap in de renormalization group. Deze equivalentie wordt geformaliseerd binnen het kader van exponential random graph models, en wordt gebruikt om exacte RG-flow-vergelijkingen af te leiden, universaliteitsklassen te identificeren, en methoden te ontwikkelen voor netwerkinferentie met ontbrekende gegevens.

Hoofdstuk 5 lost de RG-vergelijkingen exact op voor eendimensionale keten topologieën, en breidt de analyse uit naar modellen met schaarse en uniforme wanorde. De exacte oplossingen worden geïnterpreteerd in termen van peer effects, preferential attachment, susceptibility en reinforcement-dynamica.

Hoofdstuk 6 analyseert de klasse van tweede-orde willekeurige netwerkmodellen, waarnaar de meeste gecorreleerde modellen stromen onder renormalisatie wanneer hogere-orde interacties irrelevant zijn. Er wordt aangetoond dat second-order modellen in volledige algemeenheid kunnen worden opgelost door de berekening van de partitiefunctie te reduceren tot de diagonalisatie van een link-adjacency matrix. Deze aanpak onthult een rijke fasestructuur, legt een verband met algebraïsche graaftheorie, en biedt een verenigend kader voor het oplossen van een brede familie van link-gecorreleerde netwerkmodellen.