



Universiteit
Leiden
The Netherlands

Quantum methods for machine learning and classical dynamics

Barthe, A.M.

Citation

Barthe, A. M. (2026, March 20). *Quantum methods for machine learning and classical dynamics*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/4297482>

Version: Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/4297482>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

L'informatique quantique est un sous-domaine de l'informatique qui traite des ordinateurs quantiques, un nouveau type d'ordinateur. L'enjeu est d'utiliser les principes de la mécanique quantique pour réaliser des calculs infaisables en un temps raisonnable pour des ordinateurs classiques. Ce manuscrit étudie l'impact potentiel de ces technologies sur les algorithmes d'apprentissage et sur la simulation de systèmes physiques classiques. L'objectif est d'identifier des tâches, déterministes ou d'apprentissage, pour lesquelles les ordinateurs quantiques fournissent un avantage prouvable.

Le premier chapitre introduit ce travail dans le contexte plus général de l'informatique quantique et introduit trois questions directrices. La première concerne les ressources minimales requises pour l'universalité dans les *modèles quantiques paramétrés* ; la deuxième demande comment construire des avantages prouvables pour des tâches d'apprentissage ; la troisième examine la complexité computationnelle des systèmes bosoniques et leur relation aux calculs fondés sur des qubits.

Le second chapitre constitue un rappel des notions de calcul quantique, de théorie de l'apprentissage statistique, des Hamiltoniens bosoniques, des *circuits quantiques paramétrés* (PQC) et des classes de complexité quantique.

Le Chapitre 3 traite des *Quantum Re-Uploading models* (QRU), c'est-à-dire des *circuits quantiques paramétrés* qui encodent les données de manière répétée. Nous analysons leur expressivité à travers le spectre fréquentiel des fonctions qu'ils réalisent : lorsque le nombre de ré-encodages L croît, le spectre moyen se concentre en une gaussienne de largeur $\propto \sqrt{L}$, tandis que le support croît comme L . En pratique, les QRU induisent un biais inductif vers des fonctions plus régulières, ce qui permet une meilleure généralisation, mais empêche de capturer des détails fins.

Au Chapitre 4, nous passons de l'apprentissage supervisé à la modéli-

sation générative et introduisons les *Expectation Value Samplers* (EVS) : étant donné un circuit $U(x)$ avec des entrées classiques aléatoires x et un ensemble d'observables, la sortie est le vecteur de leurs valeurs d'espérance. Nous prouvons leur universalité sur l'hypercube $[-1, 1]^M$ dans deux régimes : (i) avec des observables de norme spectrale constante sur M qubits (ii) avec $\Theta(\log M)$ qubits et des observables de norme $\Theta(M)$. Ces résultats rendent explicite le compromis de ressources entre nombre de qubits et le nombre d'échantillons.

Au Chapitre 5, nous construisons une tâche d'apprentissage supervisé où un modèle quantique surpasse de manière prouvable tout modèle classique sous des hypothèses de complexité standard. L'ingrédient clé est une routine d'*Fourier coefficient extraction* qui permet d'extraire les composantes spectrales des fonctions induites par des PQC. Elle fournit une *feature map* difficile à calculer classiquement, menant à une séparation d'apprentissage. La même idée s'applique à l'apprentissage de dynamiques hamiltoniennes. Cette *feature map* induit aussi un *kernel* dont la matrice de Gram peut être évaluée efficacement sur un ordinateur quantique.

Au Chapitre 6, nous concevons un algorithme quantique à variables continues pour des équations différentielles ordinaires dans le formalisme de *Koopman-von Neumann* (KvN). KvN transforme une équation différentielle ordinaire non linéaire en une évolution hamiltonienne dans un espace de Hilbert de dimension infinie. Ce cadre se prête naturellement à l'évolution de distributions initiales, c'est-à-dire l'évolution d'une densité de probabilité complète plutôt que de trajectoires individuelles. Le chapitre dérive les constantes de structure de l'algèbre de Lie associée. À l'aide de formules de Trotter d'ordre supérieur, nous compilons l'évolution hamiltonienne en n'utilisant que trois types de portes quantiques.

Au Chapitre 7, nous étudions la complexité de la simulation de grands *circuits bosoniques gaussiens*. La restriction à une famille simple d'interféromètres mène à un problème de décision que nous montrons BQP-complet. L'ajout d'une compression de quadrature structurée augmente la puissance de calcul jusqu'à la PostBQP-difficulté. Intuitivement, la combinaison de compression de quadrature et d'une interférométrie simple peut émuler des effets de type post-sélection sur des valeurs d'espérance, ce qui explique le saut de complexité. Ce chapitre renforce notre compréhension de la manière dont la complexité de calcul de la simulation de systèmes classiques exponentiellement grands se rapporte à celle du calcul quantique.