



Universiteit
Leiden
The Netherlands

Gibbs states in statistical mechanics and dynamical systems

Makhmudov, M.

Citation

Makhmudov, M. (2025, September 2). *Gibbs states in statistical mechanics and dynamical systems*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/4259377>

Version: Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/4259377>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Samenvatting

Deze scriptie onderzoekt de rigoureuze wiskundige fundamenteën van Gibbs - maatregelen, die fundamentele objecten zijn op het snijvlak van de statistische mechanica en dynamische systemen. Geworteld in het baanbrekende werk van Boltzmann en Gibbs bieden Gibbs-maatregelen een nauwkeurige probabilistische beschrijving van de evenwichtstoestanden van systemen met een groot aantal onderling interagerende componenten. Deze ideeën, geformaliseerd in het Dobrushin – Lanford – Ruelle (DLR)-kader, vormen de kern van ons begrip van faseovergangen, langetermijn statistisch gedrag en de verbanden tussen microscopische interacties en macroscopische verschijnselen.

De scriptie is opgebouwd uit drie onderling verbonden delen. Het eerste deel ontwikkelt de conceptuele en technische basis voor verschillende noties van Gibbsianiteit. Het onderzoekt hoe Gibbs-maatregelen zowel verschijnen als evenwichtsverdelingen in de statistische mechanica als invariantiemaatregelen in de ergodentheorie en dynamische systemen. Een van de belangrijkste resultaten is een constructieve demonstratie van een translatie - invariante Gibbs-specificatie die niet kan worden voortgebracht door enige translatie-invariante, uniform absoluut sommeerbare interactie. Dit onthult een belangrijk structureel spanningsveld en legt conceptuele beperkingen bloot binnen het klassieke kader. Om dit hiaat aan te pakken, formuleert de scriptie een nieuw variatieprincipe dat volledig is opgesteld in termen van specificaties. Dit biedt een robuust alternatief perspectief dat nauwer aansluit bij de taal van dynamische systemen en niet afhankelijk is van traditionele, interactie-gebaseerde formuleringen. Bovendien is in de literatuur aangetoond dat bepaalde systemen met langeafstandsinteracties evenwichtstoestanden kunnen toelaten die geen Gibbs-eigenschappen bezitten. Om dit op te lossen, identificeert de scriptie een minimaal vereiste conditie waaronder alle evenwichtstoestanden van zulke langeafstandssystemen Gibbsiaans blijven, waarmee de delicate grens tussen algemene evenwichtsmaatregelen en Gibbs-toestanden wordt verduidelijkt.

Het tweede deel richt zich op eendimensionale systemen die, ondanks hun schijnbare eenvoud, een vruchtbare grond vormen om theoretische ideeën over langeafstandsinteracties, faseovergangen en de spectrale eigenschappen van transferoperatoren te toetsen. Hierin speelt de Perron–Frobenius–Ruelle transferop-

erator een centrale rol: deze verbindt de statistische structuur van Gibbs - maatregelen met de dynamische evolutie en mengingseigenschappen. Een belangrijke bijdrage van dit deel is de ontwikkeling van nieuwe technieken om het bestaan en de regulariteit van eigenfuncties van transferoperatoren aan te tonen onder minimale regulariteitsvoorwaarden — waarmee de klassieke theorie wordt uitgebreid naar een klasse van langeafstandsmodellen waarvoor eerdere resultaten niet van toepassing waren. Deze methoden worden in het bijzonder toegepast op het beroemde Dyson model, een prototypisch voorbeeld van een eendimensionaal langeafstands Isingmodel dat de rijke wisselwerking tussen statistische mechanica en dynamische systemen illustreert.

Het derde deel breidt de studie van Gibbs - maatregelen uit naar multifractale analyse en grote deviatieprincipes in dynamische systemen. Veel fenomenen van fysisch en wiskundig belang hangen samen met het begrijpen van zeldzame gebeurtenissen en de fijnmazige statistische structuur van systemen over lange tijdschalen. Met topologische entropie als dimensie ontwikkelt de scriptie een rigoureuus kader dat het multifractale spectrum van algemene meetbare grootheden verbindt met eigenschappen van grote deviatie. De resultaten bieden noodzakelijke en voldoende voorwaarden om de dimensie en frequentie van zeldzame gebeurtenissen direct af te leiden uit het grote deviatiesgedrag van het systeem. Deze benadering verenigt ideeën uit de ergodentheorie, grootedeviatietheorie en dimensionale theorie, en laat zien hoe dezelfde probabilistische kernstructuren zowel typisch als uitzonderlijk gedrag in complexe systemen ondersteunen.

Gezamenlijk biedt deze scriptie een samenhangende en originele ontwikkeling van de moderne Gibbs-theorie die fundamentele concepten en hedendaagse uitdagingen met elkaar verbindt. Door de subtiele relatie tussen specificaties en interacties te verduidelijken, nieuwe resultaten vast te stellen voor transferoperatoren in langeafstandscontexten en multifractale eigenschappen te koppelen aan grote deviatieprincipes, draagt zij significant bij aan ons begrip van hoe lokale interacties, globale symmetrieën en zeldzame gebeurtenissen samenkomen in de mathematische fysica en dynamische systemen.