



Universiteit  
Leiden  
The Netherlands

## Tangent fermions: massless fermions on a lattice

Donís Vela, A.

### Citation

Donís Vela, A. (2024, July 3). *Tangent fermions: massless fermions on a lattice*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/3765898>

Version: Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/3765898>

**Note:** To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Paul Dirac ideó la ecuación que describe el movimiento de una partícula relativista en el vacío. A bajas energías, la ecuación de Dirac se simplifica en la ecuación de Schrödinger porque los efectos relativistas se desvanecen. Dado que la física de la materia condensada estudia electrones a muy bajas energías, la ecuación de Schrödinger es adecuada en la mayoría de las ocasiones. Sin embargo, hay un caso en el que esta simplificación falla. Si la partícula no tiene masa, la ecuación de Dirac es cualitativamente diferente de la ecuación de Schrödinger independientemente de lo baja que sea la energía. En otras palabras, la ecuación de Dirac sin masa sigue teniendo sentido, pero no existe tal cosa como la “ecuación de Schrödinger sin masa”. En algunos sistemas de materia condensada, los electrones carecen de masa efectiva y debemos usar necesariamente la ecuación de Dirac sin masa para describirlos.

Una manera muy conveniente de resolver estas ecuaciones es discretizarlas. Con esto queremos decir colocar una red sobre el espacio — y posiblemente el tiempo — y solamente permitir a la partícula existir en los puntos de dicha red. Cuando hacemos esto, los operadores diferenciales pasan a ser operadores de diferencias finitas y esto permite transformar nuestra ecuación diferencial en una algebraica que puede ser prontamente resuelta por un ordenador. Si esto se hace cuidadosamente, la solución de la versión discreta aproxima la continua si la red es suficientemente fina.

A diferencia de la ecuación de Schrödinger, no es trivial discretizar la ecuación de Dirac. El teorema de Nielsen-Ninomiya demuestra que si intentamos hacerlo ingenuamente, especies de fermiones extra sin significado

físico aparecen, dando lugar a varios efectos no deseados. Esto se conoce como *duplicación de fermiones*, y el foco principal de esta tesis es abordar este problema a través del método de *fermiones tangentes*.

Los capítulos 2, 3 y 4 están dedicados a desarrollar varios aspectos de este método. En el capítulo 2, introducimos una manera de utilizarlo para resolver la ecuación de Dirac para fermiones sin masa en una red espacio-temporal. Demostramos que este método es único en cuanto a que evita la duplicación de fermiones y preserva la protección topológica del cono de Dirac.

En el capítulo 3, este enfoque es utilizado para simular la dinámica de un electrón sin masa que se mueve hacia una barrera de potencial. La teoría predice que las partículas sin masa no pueden ser detenidas por la barrera, fenómeno que se como efecto túnel de Klein. Contrastamos nuestro método con otros y mostramos que reproduce el efecto con excelente precisión.

En el capítulo 4, extendemos el método de fermiones tangentes para dar cuenta del efecto de campos magnéticos en los fermiones sin masa. Demostramos cómo nuestro enfoque impide el ensanchamiento del nivel cero de Landau en presencia de desorden magnético, efecto no deseado que de otra forma surge a causa de la duplicación de fermiones.

Los capítulos 5 y 6 no están directamente relacionados con el método de fermiones tangentes pero sí que describen procesos que surgen en materiales con una relación de dispersión de Dirac. En el capítulo 5, estudiamos el efecto de una supercorriente neta distinta de cero paralela a los bordes de un superconductor topológico. Encontramos que la supercorriente puede inducir una “inversión de quiralidad” de los modos de borde de Majorana que existen en este sistema.

En el último capítulo, simulamos numéricamente la inyección de “vórtices de borde” en los bordes de un superconductor topológico. Estos son un tipo de cuasipartículas que teóricamente pueden ser utilizadas para construir un ordenador cuántico tolerante a fallos.