



Universiteit
Leiden
The Netherlands

Tangent fermions: massless fermions on a lattice

Donís Vela, A.

Citation

Donís Vela, A. (2024, July 3). *Tangent fermions: massless fermions on a lattice*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/3765898>

Version: Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/3765898>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Samenvatting

Paul Dirac bedacht de vergelijking die de beweging van een relativistisch deeltje in vacuüm beschrijft. Bij lage energieën vereenvoudigt de Diracvergelijking tot de Schrödingervergelijking omdat de relativistische effecten wegvallen. Aangezien de fysica van de gecondenseerde materie de elektronen bestudeert bij zeer lage energieën, is de Schrödingervergelijking meestal toereikend. Er is echter een geval waarin deze vereenvoudiging niet opgaat. Als het deeltje massaloos is, verschilt de Diracvergelijking kwalitatief van de Schrödingervergelijking, hoe laag de energie ook is. Met andere woorden, de massaloze Diracvergelijking is nog steeds zinvol, terwijl er niet zoiets bestaat als de “massaloze Schrödingervergelijking”. In sommige systemen, zoals het oppervlak van een drie-dimensionale topologische isolator, zijn de elektronen effectief massaloos en moeten we noodzakelijkerwijs de massaloze Diracvergelijking gebruiken om ze te beschrijven.

Een handige manier om deze vergelijkingen numeriek op te lossen is door ze te discretiseren. Hiermee bedoelen we dat we een rooster over de ruimte — en mogelijk ook de tijd — leggen en het deeltje alleen op de punten van dit rooster laten bestaan. Als we dit doen, worden de differentiaaloperatoren verschiloperatoren en dit stelt ons in staat om onze differentiaalvergelijking om te zetten in een algebraïsche vergelijking die gemakkelijk door een computer kan worden opgelost. Als men dit zorgvuldig doet, benadert de oplossing van de discrete versie de continue mits het rooster fijn genoeg is.

In tegenstelling tot de Schrödingervergelijking kan de Diracvergelijking niet eenvoudigweg gediscretiseerd worden. De stelling van Nielsen-

Ninomiya zegt dat er bij een naïeve discretizatie extra niet-fysische massaloze fermionen verschijnen, die aanleiding geven tot een aantal ongewenste artefacten. Dit staat bekend als *fermionverdubbeling*, en het centrale doel van dit proefschrift is om dit probleem aan te pakken via de discretisatiemethode van *tangens-fermionen*.

De hoofdstukken 2, 3 en 4 zijn gewijd aan de ontwikkeling van verschillende aspecten van deze methode. In hoofdstuk 2 introduceren we een manier om de Diracvergelijking op te lossen voor massaloze fermionen in een ruimte-tijd rooster. We laten zien dat deze methode bijzonder is omdat het fermionverdubbeling vermijdt en de topologische bescherming van de Dirac-kegel behoudt.

In hoofdstuk 3 wordt deze aanpak gebruikt om de dynamica te simuleren van een massaloos elektron dat naar een potentiële barrière beweegt. De theorie voorspelt dat massaloze deeltjes niet tegengehouden kunnen worden door de barrière, dit fenomeen staat bekend als Klein-tunnelen. In tegenstelling tot andere methodes kan onze methode het effect met grote nauwkeurigheid reproduceren.

In hoofdstuk 4 breiden we de tangens-fermionen methode uit om rekening te houden met het effect van magnetische velden op massaloze fermionen. We laten zien hoe onze benadering de verbreding van het nulde Landau-niveau in aanwezigheid van magnetische wanorde voorkomt, een artefact dat anders ontstaat door fermionverdubbeling.

De hoofdstukken 5 en 6 zijn niet direct gerelateerd aan de methode van tangens-fermionen, maar beschrijven wel processen die optreden in materialen met een Dirac-achtige dispersierelatie. In hoofdstuk 5 bestuderen we het effect van een niet-nul netto superstroom parallel aan de randen van een topologische supergeleider. We vinden dat de superstroom een “chiraliteitsinversie” kan induceren van de Majorana-randmodes die in dit systeem bestaan.

In het laatste hoofdstuk simuleren we numeriek de injectie van “randwervelingen” in de randen van een topologische supergeleider. Dit zijn een soort quasideeltjes die theoretisch gebruikt kunnen worden om een fouttolerante quantumcomputer te realiseren.