



Universiteit  
Leiden  
The Netherlands

## Spectral signatures of breaking of ensemble equivalence

Dionigi, P.

### Citation

Dionigi, P. (2024, June 19). *Spectral signatures of breaking of ensemble equivalence*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/3763874>

Version: Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/3763874>

**Note:** To cite this publication please use the final published version (if applicable).

# Samenvatting

In deze scriptie verkennen we het concept Breaking of Ensemble Equivalence (BEE) in de context van toevallige graafmodellen. In het bijzonder kijken we naar de spectrale eigenschappen van de naaste-buur matrix van toevallige grafen. Het onderzoek beoogt spectrale grootheden te identificeren die een onderscheid kunnen maken tussen twee verschillende graafensembles, wat nieuwe inzichten biedt in de structuur en het gedrag van complexe netwerken. Ons werk omvat zowel theoretische aspecten als praktische implicaties, inclusief simulaties en samplingmethoden voor toevallige graafmodellen.

In Hoofdstuk 1 introduceren we enkele basisconcepten uit de theorie van toevallige grafen en bespreken we waarom maximale entropie graafmodellen fundamenteel zijn bij het modelleren van complexe netwerken. Vervolgens leggen we uit wat BEE is, wat de verschillende karakteriseringingen zijn die in de statistische mechanica gehanteerd worden, en hoe die nauw verbonden zijn met de verschillen tussen de canonieke versus de microcanonieke beschrijving. Om dit te kunnen doen, verdiepen we ons in de spectrale theorie van toevallige grafen en gebruiken we deze om BEE te onderzoeken.

In Hoofdstuk 2 formuleren we een vermoeden over het equivalent zijn van maat-BEE en het aanwezig zijn van kloof tussen de niet-gecentreerde en niet-geschaalde grootste eigenwaarden van de naaste-buur matrix voor canonieke en microcanonieke graafensembles. Dit vermoeden bewijzen we in de context van homogene grafen.

In Hoofdstuk 3 bestuderen we dezelfde vraag voor Chung-Lu grafen. In het bijzonder bewijzen we centrale limietstellingen voor de grootste eigenwaarde en daarmee geassocieerde eigenvector.

In Hoofdstuk 4 berekenen we de verwachting van de grootste eigenwaarde in het configuratiemodel. Dit bewijst ons vermoeden tevens in de context van inhomogene grafen.

In Hoofdstuk 5 ondersteunen we onze bevindingen door simulatie, na een korte inleiding tot graaf-resampling. Tenslotte formuleren we enkele conclusies van ons werk en geven we mogelijke verdere richtingen van onderzoek aan.