



Universiteit
Leiden
The Netherlands

Spatial populations with seed-bank

Oomen, M.

Citation

Oomen, M. (2021, November 18). *Spatial populations with seed-bank*.
Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/3240221>

Version: Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/3240221>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Samenvatting

Stel je een weide voor met rode en paarse klapprozen. Je kunt je afvragen of er een moment komt dat er alleen nog maar rode klapprozen zijn of juist alleen nog maar paarse klapprozen, of dat er altijd zowel rode als paarse klapprozen zullen zijn. En als er na vele generaties alleen nog één kleur klapprozen overblijft, met welke kans zijn dit dan de rode klapprozen en met welke kans zijn dit de paarse klapprozen?

Bovenstaande vragen gaan over de genetische evolutie van een populatie klapprozen. Als er na een aantal generaties nog maar één kleur klapprozen overblijft, zeggen we dat de genetische diversiteit van de populatie verloren is gegaan. In dit proefschrift bestuderen we genetische evolutie in populaties. Een wiskundig model om de genetische evolutie in een populatie te beschrijven is het Fisher-Wright model. Het Fisher-Wright model kan uitgebreid worden met verschillende evolutiemechanismen, zoals mutaties van genen of de selectie van sterkere genen. Ook bestaat er een model met meerdere koloniën, waarbij individuen in verschillende koloniën leven die elk door het Fisher-Wright model beschreven worden en waarbij de individuen kunnen migreren tussen de verschillende koloniën.

Een recente uitbreiding van het Fisher-Wright model is de toevoeging van een zaadbank aan de populatie. In een populatie met een zaadbank kan een individu voor een zekere tijd stoppen met zichzelf voort te planten. We zeggen dan dat het individu gaat “slapen”. Alle slapende individuen samen vormen de zaadbank. Na een aantal generaties wordt het individu wakker en begint zich weer voort te planten. De klapproos is een soort die een zaadbank heeft. Als een zaadje van een klapproos in de grond belandt, maar door een storm met een dikke laag zand bedekt wordt, dan kan het gebeuren dat dit zaadje niet de volgende lente ontkiemt, maar pas vijf lentes later. Het zaadbank fenomeen wordt ook bij bacteriën waargenomen. Wanneer de omstandigheden voor een bacterie slecht zijn, bijvoorbeeld door te weinig voedsel of te lage temperaturen, dan kan een bacterie zich omvormen tot een zogeheten endospore. Een endospore kan overleven in moeilijke omstandigheden, maar kan zich niet voortplanten. Als de omstandigheden verbeteren dan kan de endospore weer terug transformeren in een bacterie en opnieuw zichzelf voortplanten.

In dit proefschrift bestuderen we het Fisher-Wright model waarbij individuen een van twee (gen)types kunnen zijn, tussen verschillende koloniën kunnen migreren, en in een zaadbank kunnen gaan slapen voor een bepaalde tijd. We nemen aan dat in elke kolonie oneindig veel individuen leven. Het bijbehorende wiskundige model heet het “multi-kolonie continuüm Fisher-Wright model met zaadbank”. Doel van het proefschrift is om te bepalen of na zeer lange tijd de diversiteit in de populatie behouden blijft (in het geval van de klapprozen of er altijd rode en paarse klapprozen blijven bestaan) of dat de diversiteit verloren gaat (of na lange tijd er alleen nog maar rode of alleen nog maar paarse klapprozen bestaan). In het bijzonder proberen we het effect van de zaadbank op de genetische diversiteit vast te stellen.

We bestuderen dit vraagstuk in verschillende geografische ruimtes. In het eerste deel van het proefschrift zijn de koloniën waarin de individuen leven geplaatst in een algemene geografische ruimte. Het belangrijkste voorbeeld van zo'n geografische ruimte is het rooster $\mathbb{Z}^d$. In het tweede deel van het proefschrift zijn de koloniën waarin de individuen leven geplaatst volgens de hiërarchische groep. Intuïtief kan de hiërarchische groep als volgt geïnterpreteerd worden. Elke kolonie is een huis, een aantal huizen samen vormen een straat, een aantal straten samen vormen een stad, een aantal steden samen een provincie enzovoort. Individuele bewegingen (migreren) veel vaker tussen de huizen in de straat, dan tussen de verschillende straten in stad. Een niveau hoger bewegen individuen veel vaker binnen hun eigen stad dan tussen de verschillende steden binnen de provincie, en nog minder vaak tussen de verschillende provincies. Deze structuur komt vaak voor in de ecologie. De hiërarchische groep beschrijft deze structuur op een wiskundige manier.

Het proefschrift bestaat uit twee delen voorafgegaan door een introductie in het vakgebied in Hoofdstuk 1. In deel I van het proefschrift bestuderen we drie varianten van “het multi-kolonie continuüm Fisher-Wright model met zaadbank”. In elk van deze drie varianten zijn er twee (gen)type individuen, aangeduid met type $\heartsuit$ en type $\diamondsuit$. In het eerste model bestaat de populatie in elke kolonie uit actieve individuen en slapende individuen. De slapende individuen samen vormen de zaadbank. De actieve individuen kunnen zich voortplanten, migreren naar een andere kolonie, en gaan slapen. De slapende individuen kunnen alleen wakker worden: ze planten zich niet voort en migreren ook niet. Het tweede model is een uitbreiding van het eerste model waarbij we de zaadbank een interne structuur geven. Door de interne structuur kan een individu op verschillende manieren gaan slapen, langer of korter. In het derde model heeft de zaadbank dezelfde interne structuur als in het tweede model, maar kunnen individuen gaan slapen in verschillende koloniën. In elk van de drie modellen kan de voortplantingssnelheid afhankelijk zijn van de diversiteit in de populatie.

In hoofdstuk 2 stellen we voor elk van de drie modellen een stelsel van stochastische differentiaalvergelijkingen op. Deze stochastische differentiaalvergelijkingen beschrijven de frequentie van gentype $\heartsuit$ in de populatie. We tonen aan dat de processen die deze differentiaalvergelijkingen beschrijven goed gedefinieerd zijn en de Markov eigenschap hebben. Door de interne structuur van de zaadbank in het tweede en derde model heeft de tijd die een individu in de zaadbank doorbrengt een verdeling met een dikke staart, maar gaat de Markoveigenschap van het model niet verloren.

In hoofdstuk 2 tonen we ook aan dat, in het bijzondere geval dat de diffusie functie in de stochastische differentiaalvergelijkingen de Fisher-Wright diffusie is, er een duaal proces bestaat. Dit duale proces stelt ons in staat voor elk model het lange termijn gedrag van het stelsel van stochastische differentiaalvergelijkingen te analyseren.

Tenslotte bepalen we in hoofdstuk 2 voor elk van de drie modellen of op de lange termijn de diversiteit in de populatie verloren gaat of dat deze altijd behouden blijft. Het blijkt dat in het eerste model enkel de manier waarop individuen migreren bepaalt of de diversiteit in de populatie verloren gaat of niet. In het tweede model blijkt dat als individuen lang genoeg slapen, zowel de manier waarop individuen migreren als de manier waarop individuen gaan slapen bepaalt of de genetische diversiteit behouden blijft. De interne structuur van de zaadbank zorgt ervoor dat de zaadbank kan voorkomen dat de diversiteit in de populatie verdwijnt. Als in het tweede model de individuen heel erg lang slapen dan blijkt dat de genetische diversiteit altijd behouden

zal blijven, onafhankelijk van de manier waarop de individuen migreren. Voor het derde model vinden we dezelfde resultaten als voor het tweede model. Hoofdstuk 3 bevat de bewijzen van de stellingen in hoofdstuk 2.

In deel II van dit proefschrift bekijken we het tweede model in het specifieke geval dat de geografische ruimte de hiërarchische groep is. Het eerste doel van deel II is om de resultaten uit deel I toe te passen. Het tweede doel is het analyseren van de genetische diversiteit in de zogeheten “hiërarchische gemiddelde veld limiet”. In hoofdstuk 4 geven we een formele beschrijving van het model op de hiërarchische groep. Daarnaast geven we de resultaten volgend uit deel I van het proefschrift en beschrijven we de “hiërarchische gemiddelde veld limiet”. Hoofdstukken 5 tot en met 10 bevatten de bewijzen van de stellingen in hoofdstuk 4. Opnieuw blijkt dat als de individuen lang genoeg slapen de zaadbank kan voorkomen dat de diversiteit in de populatie verdwijnt.

