



Universiteit
Leiden
The Netherlands

Approach to Markov operators on spaces of measures by means of equicontinuity

Ziemlańska, M.A.

Citation

Ziemlańska, M. A. (2021, February 10). *Approach to Markov operators on spaces of measures by means of equicontinuity*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/3135034>

Version: Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/3135034>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <https://hdl.handle.net/1887/3135034> holds various files of this Leiden University dissertation.

Author: Ziemiańska, M.A.

Title: Approach to Markov Operators on spaces of measures by means of equicontinuity

Issue Date: 2021-02-10

Samenvatting

Het onderwerp van dit proefschrift ‘Aanpak van Markov Operatoren op Ruimten van Maten door Middel van Equicontinuiteit’, combineert een analytische en kanstheoretische aanpak van Markov operatoren. Wij beschouwen Markov operatoren die afkomstig zijn van deterministische dynamische systemen en ook stochastische processen die afkomen van een kanstheoretische aanpak.

In de studie van Markov operatoren en Markov semigroepen zijn de centrale vragen het begrijpen van het gedrag van de processen en van de semigroepen. Het is van bijzonder belang om vast te stellen of er invariante maten bestaan, de eventuele uniciteit van deze en inzicht krijgen in het lange termijn gedrag van het proces en het dynamisch systeem dat gedefinieerd wordt door de geassocieerde Markov operator of semigroep. Onderzoek naar deze vragen gaat terug tot het werk van Andrey Markov, die een Markov eigenschap voor ketens beschreef. Een groot deel van de theorie voor Markov ketens kan gevonden worden in het boek van Meyn en Tweedie, die een grote bijdrage hebben geleverd aan de theorie van Markov ketens en die een bemerkenswaardige beschrijving hebben gegeven van ‘e-chains’. Dit was motivatie voor veel onderzoekers om te werken met equicontinuiteitseigenschappen. Deze theorie is toepasbaar wanneer de onderliggende toestandruimte lokaal compact is. Als dat niet het geval is - in de algemeenheid van zogenaamde Poolse ruimten - is er theorie in ontwikkeling. Lasota en Szarek, en in recente jaren Worm, generaliseerden theorie van Markov operatoren en families van Markov operatoren naar deze situatie. De theorie werd ontwikkeld door te beginnen met contractieve Markov operatoren in de artikelen van Lasota, door niet-expansieve Markov operatoren in die van Szarek, en uiteindelijk door het beschouwen van equicontinue families van Markov operatoren in die van Szarek, Hille en Worm. Wij breiden resultaten van hen uit en schijnen nieuw licht op de reeds bestaande resultaten door deze geldig te laten zijn onder meer algemene condities.

Een verband tussen zwakke en sterke (norm-) convergentie van rijen van getekende maten is het eerste en fundamentele resultaat in dit proefschrift. Het cruciale onderdeel is de uitbreiding van de resultaten die geldig zijn voor positieve eindige maten naar ruimten van getekende maten. Dit is een heel algemeen middel dat niet alleen in de theorie van Markov operatoren gebruikt kan worden, maar ook in algemene (geavanceerde) maattheorie. Met behulp van dit resultaat, waarvoor wij een zelfstandig leesbaar en onafhankelijk bewijs geven, leiden wij een inzichtelijke correspondentie af tussen de equicontinuiteitseigenschap zoals die geïntroduceerd is door Komorowski, Peszat en Szarek in [KPS10] (‘e-property’) en

de gebruikelijke notie van een equicontinue familie van afbeeldingen, namelijk die gegeven zijn door de semigroep van Markov operatoren op maten. Met dit resultaat zijn wij in staat om een Lie-Trotter productformule te bewijzen voor Markov semigroepen.

De kernideeën in de generalisatie van de Lie-Trotter productformule tot Markov semigroepen is om realistische, verifieerbare, condities te geven en convergentie te bewijzen van de productformule in de relevante normen. De nieuwe cruciale aannames laten sterke continuïteit van de semigroep en begrensheid van de individuele operatoren vallen, aangezien Markov semigroepen op maten vaak noch sterk continu zijn, noch bestaan uit begrensde operatoren op getekende maten ten aanzien van de Dudley of Fortet-Mourier norm. Ook worden de eigenschappen van de limietsemigroep geanalyseerd die afkomt van de alternerende semigroepen waarmee men begint. Dit geeft een extra mogelijkheid om gecompliceerde problemen te benaderen, door hen op te splitsen in afwisselende ‘eenvoudiger’ problemen.

Het volgende deel van het proefschrift beschrijft de relatie tussen equicontinuiteit en stabiliteit van Markov operatoren. In het bijzonder wordt aangetoond, dat elke asymptotisch stabiele Markov operator met een invariante maat die zo is dat het inwendige van diens drager niet-leeg is, de e -eigenschap (‘ e -property’) heeft. Deze resultaten zijn van belang aangezien zij vergelijkbare resultaten uitbreiden die geldig zijn op compacte ruimten naar de theorie van Poolse ruimten, waarin geen (locaal) compactheid wordt verondersteld.

Als laatste laten wij zien dat de Centrale Limietstelling (CLSt) geldt voor een klasse van niet-stationaire Markov ketens op Poolse ruimten. Recente resultaten ten aanzien van CLSt van Komorowski en medeauteurs voor niet-stationaire Markov processen laten het belang van dit onderwerp zien. In het bijzonder in toepassingen maken de geldigheid van de Wet van de Grote Aantallen en de Centrale Limietstelling het in principe mogelijk om informatie over de ‘vorm’ van de invariante maat te verkrijgen door het simuleren van (veel) individuele realisaties van de keten en dan het gemiddelde te nemen. De CLSt geeft de snelheid van convergentie van deze procedure. De uitbreiding van het resultaat van Gordin en Lifsic die wij bewijzen, is mogelijk vanwege de spectrale kloof van de Markov operator ten aanzien van de Kantorovich-Rubinstein norm. Enige delicate benaderingen staan ons toe een sterker resultaat af te leiden dan dat van Komorowski.