Zeta-values of arithmetic schemes at negative integers and Weil-étale cohomology

Beshenov, A.

Author: Beshenov, A.
Title: Zeta-values of arithmetic schemes at negative integers and Weil-étale cohomology
Issue Date: 2018-12-10

Résumé

Ce travail est dédié à l'interprétation en termes cohomologiques des valeurs spéciales des fonctions zêta des schémas arithmétiques.

C'est une partie d'un programme envisagé et initié par Stephen Lichtenbaum (voir par ex. Ann. of Math. vol. 170, 2009), et la théorie cohomologique sous-jacente s'appelle la cohomologie Weil-étale. Plus tard, Baptiste Morin et Matthias Flach ont donné une construction de la cohomologie Weil-étale en utilisant les complexes de cycles de Bloch, et ont énoncé une conjecture précise pour les valeurs spéciales des schémas arithmétiques propres et réguliers, en tout entier $s = n$. Le but de cette thèse est de généraliser le résultat et la conjecture mentionnés ci-dessus aux valeurs spéciales des schémas arithmétiques arbitraires (éventuellement singuliers ou non-propres) lorsque l'on se restreint au cas $n < 0$.

Suivant les idées de Flach et Morin, les complexes Weil-étale sont définis pour $n < 0$ pour les schémas arithmétiques arbitraires, sous des conjectures standards sur la génération finie de la cohomologie motivique. Ensuite, il est énoncé comme une conjecture de quelle manière ces complexes sont liés aux valeurs spéciales. Pour les schémas propres et réguliers, cette conjecture est équivalente a la conjecture de Flach et Morin, qui correspond aussi à la conjecture du nombre de Tamagawa.

On prouve que la conjecture énoncée dans ce travail est compatible avec la décomposition d'un schéma arbitraire en un sous-schéma ouvert et son complémentaire fermé. On montre aussi que cette conjecture pour un schéma arithmétique X en $s = n$ est équivalente à cette même conjecture pour $\mathbb{A}^r_X$ en $s = n - r$, pour tout $r \geq 0$. Il suit que, en partant des schémas pour lesquels la conjecture est connue, on peut construire de nouveaux schémas, éventuellement singuliers ou non-propres, pour lesquels la conjecture est également vraie. C'est le principal résultat inconditionnel issu de la machinerie développée dans cette thèse.