



Universiteit
Leiden
The Netherlands

Néron models in high dimension: Nodal curves, Jacobians and tame base change

Poiret, T.

Citation

Poiret, T. (2020, October 20). *Néron models in high dimension: Nodal curves, Jacobians and tame base change*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/137218>

Version: Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/137218>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/137218> holds various files of this Leiden University dissertation.

Author: Poiret, T.

Title: Néron models in high dimension: nodal curves, Jacobians and tame base change

Issue date: 2020-10-20

Résumé

Dans de nombreux domaines des mathématiques, il arrive de rencontrer des familles d'objets (groupes, graphes, variétés, schémas, champs algébriques...) paramétrisées par une ou plusieurs variables, qui admettent une définition simple et se comportent bien seulement en dehors de certaines valeurs exceptionnelles de ces variables. Par exemple, étant donné une courbe elliptique sur \mathbb{Q} , on peut en trouver une équation à coefficients entiers, dont la réduction modulo p sera une courbe elliptique pour tout nombre premier p à l'exception d'un nombre fini d'entre eux. On a alors une "famille continue" de courbes elliptiques paramétrée par l'ensemble des nombres premiers, privé d'un sous-ensemble fini. Il est naturel de souhaiter construire des *modèles* de ces familles incomplètes, i.e. de les étendre en familles définies sur toutes les valeurs possibles des paramètres. Les familles incomplètes de schémas (ou même champs algébriques) ont parfois un "meilleur modèle lisse", le modèle de Néron. Cette thèse traite de questions d'existence et de construction explicite de modèles de Néron. Elle comporte trois parties.

Dans la première partie, nous nous intéressons à des familles de courbes nodales génériquement lisses paramétrisées par un schéma régulier. Nous introduisons certains éclatements birationnels de telles familles, les *raffinements*. Nous montrons que, localement sur la base dans la topologie étale, les raffinements existent toujours. Nous définissons certains invariants mesurant la complexité des singularités d'une courbe nodale relative, et nous montrons que les raffinements permettent, partant d'une courbe lisse avec un modèle nodal, d'en trouver les modèles nodaux avec les singularités les plus simples.

Dans la deuxième partie, nous nous intéressons à l'existence de modèles de Néron pour des familles de Jacobiennes, puis pour des familles de courbes, sur une base régulière sans restriction de dimension. D'abord, nous introduisons une condition appelée *alignement strict* sur la structure locale d'une courbe nodale génériquement lisse X/S autour de ses singularités. Nous montrons que la Jacobienne générique de X/S a un modèle de Néron si et seulement si X/S est strictement alignée. Ensuite, nous prouvons que si une courbe lisse a un modèle de Néron, alors le lieu singulier de tout modèle nodal de cette courbe est localement irréductible pour la topologie étale. Nous utilisons les morphismes de contraction des champs $\mathcal{M}_{g,n}$ pour en déduire une condition nécessaire plus forte (équivalente à la clôture de cette irréductibilité locale du lieu singulier sous les morphismes de contraction et les changements de base lisses), et nous montrons que cette nouvelle condition est également suffisante sous quelques hypothèses techniques.

Dans la troisième partie, nous étudions le comportement des modèles de Néron sous des changements de base $S' \rightarrow S$ finis et modérément ramifiés entre schémas réguliers. Nous verrons qu'une variété abélienne définie génériquement au-dessus de S , et admettant un modèle de Néron N'/S' après un tel changement de base, doit aussi avoir un modèle de Néron N/S . Dans ce cas, nous expliciterons les quotients successifs d'une filtration de N en termes de N' .

Mots-clés: Courbes nodales, modèles de Néron, Jacobiennes, dimension supérieure.