



Universiteit  
Leiden  
The Netherlands

## Néron models in high dimension: Nodal curves, Jacobians and tame base change

Poiret, T.

### Citation

Poiret, T. (2020, October 20). *Néron models in high dimension: Nodal curves, Jacobians and tame base change*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/137218>

Version: Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/137218>

**Note:** To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/137218> holds various files of this Leiden University dissertation.

**Author:** Poiret, T.

**Title:** Néron models in high dimension: nodal curves, Jacobians and tame base change

**Issue date:** 2020-10-20

## Samenvatting

In verscheidene gebieden van de wiskunde treft men families van objecten (variëteiten, groepen, schemas, grafen...), geparametriseerd door een of meerdere variabelen, die zich goed gedragen en eenvoudig te definiëren zijn, afgezien voor een paar specifieke waarden van deze variabelen. Denk bijvoorbeeld aan een elliptische kromme over het lichaam van rationale getallen: beginnend met een vergelijking met rationale coëfficiënten kun je de noemers wegwerken en een vergelijking met gehele coëfficiënten krijgen, en deze vergelijking reduceert naar de vergelijking van een elliptische kromme modulo  $p$  voor alle  $p$ , op eindig veel  $p$  na. Zelfs dan is het vaak handig om de familie uit te breiden naar een globale, compacte familie, of op zijn minst een familie die goede continuïteitseigenschappen heeft met betrekking tot de variabelen. Een *model* van een familie van objecten die gedefinieerd is voor alle waarden van de variabelen, op een aantal  $n$ , is een manier om deze familie uit te breiden naar alle waarden van de variabelen. Onvolledige gladde families van schemas hebben soms een "best mogelijk glad model", het zogeheten *Néron model*. Dit proefschrift gaat over de existentie en expliciete constructie van Néron modellen. Het bestaat uit drie delen.

In het eerste deel bestuderen we generiek gladde families van nodale krommen (d.w.z. krommen met op zijn slechtst gewone dubbelpunten) over een regulier basisschema. We definiëren zekere birationale modificaties van zulke nodale (relatieve) krommen, welke we *verfijningen* noemen. We bewijzen dat verfijningen étale-lokaal op de basis bestaan. We definiëren invarianten die de complexiteit van de singulariteiten van een nodale kromme meten, en leggen uit hoe verfijningen gebruikt kunnen worden om de nodale modellen van een generieke gladde kromme te vinden die de eenvoudigste singulariteiten hebben.

In het tweede deel zijn we geïnteresseerd in het bestaan van Néron modellen voor (families van) Jacobianen en krommen, over een reguliere basis, zonder beperking op de dimensie. Als eerst introduceren we een conditie op nodale krommen, genaamd *stricte uitlijning*. Stricte uitlijning kan afgelezen worden van de duale graaf, een eenvoudige combinatorische invariant die informatie samenvat over de globale structuur van de kromme, en over hoe zijn singulariteiten veranderen in families. We tonen aan dat de generieke Jacobiaan van een generiek gladde nodale kromme een Néron model heeft dan en slechts dan als de kromme strict uitgelijnd is. Dan bewijzen we dat als een gladde kromme een Néron model heeft, dan is de singuliere locus van elk nodale model lokaal irreducibel voor de étale topologie. Door gebruik te maken van de contractiemorfismen van de  $\mathcal{M}_{g,n}$  schelven, leiden we een sterkere nodige conditie in termen van duale grafen af, en we tonen aan dat deze nieuwe nodige conditie ook voldoende is.

In het derde deel bestuderen we het gedrag van Néron modellen onder basisverandering langs eindige, tam vertakte morfismen  $S' \rightarrow S$  tussen reguliere schemas. We tonen aan dat als een abelse variëteit, generiek over  $S$  gedefinieerd, een Néron model  $N'/S'$  heeft, na zo'n basisverandering, dan heeft hij een Néron model  $N/S$ , en we maken de achtereenvolgende quotienten van een zekere filtratie op  $N$  expliciet in termen van  $N'$ .

**Trefwoorden:** Nodale krommen, Néron modellen, Jacobianen, hoge dimensie.