



Universiteit  
Leiden  
The Netherlands

## Random-matrix theory and stroboscopic models of topological insulators and superconductors

Dahlhaus, J.P.

### Citation

Dahlhaus, J. P. (2012, November 21). *Random-matrix theory and stroboscopic models of topological insulators and superconductors*. *Casimir PhD Series*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/20139>

Version: Not Applicable (or Unknown)

License: [Leiden University Non-exclusive license](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/20139>

**Note:** To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/20139> holds various files of this Leiden University dissertation.

**Author:** Dahlhaus, Jan Patrick

**Title:** Random-matrix theory and stroboscopic models of topological insulators and superconductors

**Date:** 2012-11-21

# Samenvatting

Een topologische fase van de materie is bijzonder omdat zij optreedt zonder breking van enige symmetrie. De topologische fase is gekarakteriseerd door een zogenaamde topologische invariant — een geheel getal dat niet gevoelig is voor kleine verstoringen van de Hamiltoniaan. Een gevolg hiervan is dat de topologische fase geleidende oppervlaktetoestanden heeft, die niet gevoelig zijn voor wanorde en andere onvolkomenheden. Een verscheidenheid aan bijzondere transportverschijnselen treedt op tengevolge van de topologie. In dit werk onderzoeken wij het samenspel van topologie en onvolkomenheden, in het bijzonder met het oog op transportverschijnselen.

Het eerste deel van het proefschrift behandelt supergeleidende systemen, waar de topologie voor oppervlaktetoestanden zorgt die beschermd worden door de supergeleidende gap. De één-dimensionale topologische supergeleiders zijn vooral interessant. Zij kunnen gerealiseerd worden in samengestelde structuren van halfgeleiders en supergeleiders en bezitten gebonden Majorana-toestanden aan hun uiteinden — dat zijn deeltjes met energie nul die gelijk zijn aan hun anti-deeltje. Deze Majorana-toestanden zijn veelbelovend voor de realisatie van een topologisch quantumgeheugen.

De algemene transporteigenschappen van supergeleidende systemen en hun afhankelijkheid van symmetrie kan analytisch worden onderzocht met behulp van toevallig gekozen verstrooiingsmatrices. Met het oog hierop onderzoeken wij in hoofdstuk twee de supergeleidende circulaire ensembles van de toevalsmatrixtheorie. In het derde hoofdstuk generaliseren wij deze bekende ensembles door de fasen van verschillende topologie te onderscheiden. Dit stelt ons in staat om de invloed van topologie te bepalen op de supergeleidende transporteigenschappen. In het bijzonder onderzoeken wij of de Majorana-fermionen in de

Andreev-geleiding van NS-juncties tussen een normaal metaal en een supergeleider herkenbaar zijn.

In het vierde hoofdstuk wordt een experiment voorgesteld waarmee een topologische supergeleider onomstotelijk kan worden aangetoond, gebruik makend van een quantumpuntcontact dat aan een supergeleidende draad is bevestigd. De aanwezigheid van een topologische fase wordt aangegeven door de kwantisatie van de geleiding in de limiet van een enkel geleidingskanaal. De niet-topologische (triviale) supergeleider, daarentegen, heeft dan geleidingsvermogen nul. Het voordeel van deze proef boven de gebruikelijke tunnelproef is een sterk verminderde gevoeligheid voor spanning en temperatuur.

In het vijfde hoofdstuk wenden we ons tot de zogenaamde nodale supergeleiders, en introduceren we een verstrooiingstheorie voor hun topologische eigenschappen. Hoewel zij geen gap hebben, kan men toch een verscheidenheid aan topologische eigenschappen definiëren, die zoals we zullen zien, een sterk effect hebben op de transporteigenschappen.

In het tweede deel van het proefschrift verschuift onze aandacht van de topologische supergeleiders naar de topologische isolatoren. In de eerste twee hoofdstukken van dit tweede deel behandelen we de localisatie van elektronen in de buurt van een topologische fase-overgang. In twee-dimensionale systemen zonder tijdomkeersymmetrie, zorgt wanorde voor localisatie van de golf functies — de zogenaamde Anderson-localisatie. Bij de topologische fase-overgang divergeert de localisatielengte met een universele kritische exponent.

In hoofdstuk zes introduceren we een nieuwe methode om deze delocalisatie te bestuderen in de universaliteitsklasse van het quantum Hall-effect. Deze zogenaamde stroboscopische methode is heel efficiënt voor numerieke berekeningen en maakt het mogelijk om meer-dimensionale systemen te bestuderen in één ruimtelijke dimensie. In hoofdstuk zeven breiden we onze methode uit naar de universaliteitsklasse van het quantum spin-Hall-effect (een twee-dimensionaal systeem met tijdomkeersymmetrie). Het fasediagram verschilt van dat van het quantum Hall-effect, omdat de fase-overgang via een metallische fase optreedt. In beide universaliteitsklassen berekenen we de kritische exponent.

In het laatste hoofdstuk van het proefschrift gaan we over naar de drie-dimensionale topologische isolatoren, die gekenmerkt zijn door een

topologisch beschermd geleidend oppervlak. Omdat de elektronen het oppervlak moeten volgen, bewegen zij als het ware in een gekromde ruimte. Dan treedt zogenaamde geodesische verstrooiing op, die leidt tot een nieuwe bijdrage aan de oppervlakteweerstand ten gevolge van oppervlakteruwheid.

