Universiteit
Leiden
The Netherlands

Light with a twist : ray aspects in singular wave and quantum optics

Habraken, S.J.M.

Citation
Habraken, S. J. M. (2010, February 16). *Light with a twist : ray aspects in singular wave and quantum optics*. Retrieved from https://hdl.handle.net/1887/14745

Version:	Not Applicable (or Unknown)
License:	Leiden University Non-exclusive license
Downloaded from:	https://hdl.handle.net/1887/14745

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Samenvatting

In deze samenvatting bespreek ik de essentiële concepten en onderzoeksresultaten uit dit proefschrift op een manier waarop ze toegankelijk zijn voor wie niet zo goed ingevoerd is in de moderne natuur- en wiskunde dan wel niet zo vertrouwd is met de Engelstalige terminologie die gebruikt wordt. Zoals Einstein in een ander verband ooit opmerkte is het in de natuurkunde van belang de zaken zo eenvoudig voor te stellen als mogelijk, maar niet eenvoudiger. Om die reden probeer ik in deze samenvatting de essentie van dit proefschrift te vatten, maar vermijd ik oversimplificatie. De titel van dit boek laat zich het beste vertalen als 'Licht met een draai - straalaspecten in singuliere golf- en quantumoptica'. Na het lezen van deze samenvatting zou de betekenis van ieder van deze woorden en hun verband met het werk in dit proefschrift duidelijk moeten zijn.

Hoofdstuk 1: Verdraaid licht

Dit proefschrift gaat over licht. Fysisch gesproken is licht een electromagnetisch golfverschijnsel. Anders dan een golf die zich voortplant door een gitaarsnaar en waarin de uitwijking van de snaar ten opzichte van de evenwichtspositie trilt (oscilleert), bestaat licht uit twee oscillerende componenten. Zowel het electrische als het magnetische veld in een lichtbundel oscilleren in alle vlakken die loodrecht staan op de richting waarin de golf zich voortplant. Zulke vlakken worden transversale vlakken genoemd. Bovendien oscilleren de electrische en magnetische velden in onderling loodrechte richtingen. De richting waarin het electrische veld oscilleert, bepaalt de polarisatie van het licht. In een circulair gepolariseerde lichtbundel draait de polarisatie als functie van de tijd. In het eenvoudigste geval is de richting waarin het licht zich voortplant en de polarisatie overal hetzelfde. De locale voortplantingsrichting en polarisatie van het licht kunnen echter ook variëren als functie van de positie in de ruimte en als functie van de tijd. In dat geval heeft het licht ruimtelijke structuur. Dit proefschrift gaat over zulke structuren van licht. Voordat ik de andere hoofdstukken van dit proefschrift bespreek, zal ik kort aangeven waarom structuren van licht de interesse van natuurkundigen hebben. Deze interesse is tenminste drieledig.

Ten eerste kan de structuur van een lichtbundel en de interactie tussen het licht een deeltje aanleiding geven tot krachten en krachtmomenten op deeltjes. Hoewel zulke krachten onder realistische omstandigheden klein zijn (typisch enkele piconewtons), wordt dit principe onder meer gebruikt in het zogeheten optische pincet (optical tweezers) waarmee deeltjes vast-

gepakt en verplaatst kunnen worden. Daarnaast zijn optische krachten en krachtmomenten van belang in het vakgebied optomechanica waarin de gekoppelde (quantum)mechanica van het stralingsveld en een mechanische oscillator wordt gemanipuleerd en bestudeerd.

Daarnaast kan een lichtbundel interessante fysische eigenschappen hebben die samenhangen met zijn ruimtelijke structuur. Het belangrijkste voorbeeld hiervan is het baanimpulsmoment. Het impulsmoment is een grootheid die de hoeveelheid draaiing van een fysisch object karakteriseert (zoals de gewone lineaire impuls een maat is voor de hoeveelheid lineaire beweging van een object). Voor deeltjes zijn er twee verschillende bijdragen aan het totale impulsmoment die grofweg corresponderen met het draaien om de eigen as (tollen of spinnen) en het draaien om een andere as (meestal om een ander object). Een soortgelijke tweedeling bestaat ook voor het impulsmoment in licht dat één welbepaalde kleur heeft (monochromatisch licht). Enerzijds kan licht een spinimpuls moment hebben dat samenhangt met draaiing van zijn polarisatie. Anderzijds is er het baanimpulsmoment dat het gevolg is van specifieke structuren in de voortplantingsrichting van het licht in de bundel. In het laatste geval is het de energiestroom die draait om de as waarlangs de bundel zich voortplant. De meest voor de hand liggende bijdrage aan het impulsmoment in niet-monochromatische lichtbundels is wellicht het baanimpulsmoment als gevolg van fysieke draaiing van het bundelpatroon. Onder realistische omstandigheden is deze bijdrage echter veel kleiner dan de andere twee. In een baanbrekend experiment dat werd uitgevoerd in 2001 werd aangetoond dat lichtdeeltjes (fotonen) verstrengeld kunnen zijn in hun baanimpulsmoment. Verstrengeling is een merkwaardig quantummechanisch verschijnsel waarbij de individuele toestanden van twee deeltjes op verschillende plaatsen (bijvoorbeeld hun baanimpulsmomenten) volledig onbepaald zijn, terwijl hun gezamenlijke toestand (het totale baanimpulsmoment) goed gedefinieerd is. Wanneer de toestand van een van de deeltjes gemeten wordt, ligt de toestand van het andere deeltje instantaan vast. Quantumverstrengeling ligt aan de basis van onderzoek naar quantumcomputers en quantuminformatica. Aangezien het baanimpulsmoment samenhangt met de structuur van licht, is de structuur van licht een mogelijke kandidaat voor het coderen, manipuleren en transporteren van een pakketje quantuminformatie.

Afgezien van mogelijke toepassingen van optische krachten en quantumverstrengeling is er tenslotte ook interesse in de meer theoretische en mathematische aspecten van structuren van licht. Baanimpulsmoment in lichtbundels hangt vaak (maar, anders dan soms gedacht wordt, niet altijd) samen met de aanwezigheid van optische vortices. Dat zijn draaikolken in een lichtbundel. In het centrum van de vortex is het donker (zoals het in het oog van een orkaan niet stormt) en de variatie van de voortplantingsrichting van het licht rondom de vortex is zodanig dat het licht om het vortexcentrum heen draait. Het vortexpatroon in een lichtbundel kan zeer complex zijn en aanleiding geven tot topologisch interessante structuren als knopen en lussen. Het vakgebied dat zich bezighoudt met vortices en vortexpatronen in lichtbundels wordt singuliere optica genoemd.

Hoewel het foton inmiddels even ter sprake is geweest, hebben we het vooral gehad over licht als golfverschijnsel. Nadat in de negentiende eeuw het golfkarakter van licht zowel theoretisch als experimenteel uitgebreid bestudeerd was en goed begrepen werd, bleek in de eerste

helft van de twintigste eeuw dat licht ook een deeltjeskarakter heeft. Dat wordt beschreven door de quantummechanica of, meer specifiek, de quantumelectrodynamica (QED). In quantummechanische zin is licht niet óf een deeltje óf een golf, maar vertoont het eigenschappen van beide. Hoewel dit op het eerste gezicht tegenstrijdig lijkt, beschrijft de quantumelectrodynamica nauwkeurig hoe deze ogenschijnlijk verschillende gedaanten met elkaar samenhangen. Veel van de eerder genoemde eigenschappen vloeien voort uit het golfkarakter van licht en zijn dus uitstekend te beschrijven en te bestuderen door gebruikmaking van een klassieke (dat wil zeggen niet-quantummechanische) theorie. Bovendien is het formuleren van een quantummechanische beschrijving van licht in het algemeen relatief eenvoudig wanneer het klassieke golfgedrag goed begrepen wordt. Het grootste deel van dit proefschrift gaat dan ook over licht als klassiek golfverschijnsel. Alleen in hoofdstuk 7 bestuderen we quantumtoestanden van licht.

Hoofdstuk 2: Verdraaide resonatormodes

In het tweede hoofdstuk bestuderen we de ruimtelijke structuur van resonatormodes. Een resonator (ook wel trilholte) is een opstelling van twee, meestal gekromde, spiegels waartussen het licht heen en weer stuitert. Zo'n geometrie vormt het optische hart van iedere laser. Analoog aan een gitaarsnaar, waarin staande-golfpatronen ontstaan door het heen en weer bewegen van lopende golven, passen alleen specifieke patronen van licht precies tussen de twee spiegels. Zulke patronen worden modi (enkelvoud modus) of, in het Engels, modes (enkelvoud mode) van de resonator genoemd. Anders dan in een gitaarsnaar, waarvan de vaste uiteinden punten zijn, zijn de spiegels waaruit de resonator bestaat gekromd in het vlak loodrecht op de richting waarlangs het licht heen en weer stuitert. De modes moeten dus niet alleen tussen maar ook op de spiegeloppervlakken passen. Als gevolg hiervan hebben resonatormodes ook structuur in de vlakken loodrecht op de richting waarlangs het licht heen en weer stuitert (de transversale vlakken in de resonator). In het gebruikelijke geval zijn beide spiegels sferisch, dat wil zeggen dat ze de vorm hebben van een deel van een boloppervlak. In dit hoofdstuk zijn we echter geïnteresseerd in resonatormodes die verdraaid zijn. Daarmee bedoelen we dat ze vervormd zijn als een doek die uitgewrongen wordt. Om dat te bereiken moeten beide spiegels asferisch zijn. De eenvoudigste manier om een asferische spiegel te maken is door het spiegeloppervlak elliptisch te krommen. Daarmee wordt bedoeld dat het zo gekromd is dat de hoogtelijnen op het oppervlak ellipsen in plaats van cirkels zijn. Het oppervlak is dan verschillend gekromd in verschillende richtingen en we spreken wel van een astigmatische spiegel. Een resonator met twee astigmatische spiegels die een verschillende oriëntatie in het transversale vlak hebben, noemen we verdraaid. Omdat de modes van een resonator op beide spiegeloppervlakken passen, zijn de modes van een verdraaide resonator ook verdraaid. De structuur van de modes is zodanig dat hun oriëntatie in het transversale vlak verdraait terwijl het licht zich van de ene naar de andere spiegel voortplant. Het effect van het verdraaien van een resonator op de structuur van zijn modes is te zien in de figuren 2.5 en 2.6 op pagina 32. In figuur 2.5 tonen we de structuur van een mode van een resonator

waarvan beide spiegels astigmatisch zijn, maar dezelfde oriëntatie hebben. In dat geval is de resonator niet verdraaid. De paarswitte plaatjes tonen het intensiteitspatroon. Dat is wat men zou zien wanneer men een foto van het licht zou maken. De kleurenplaatjes tonen de vorm van het golffront van het licht. Een golffront is een denkbeeldig oppervlak dat elkaar aanrakende golftoppen (of dalen) met elkaar verbindt. Denk bijvoorbeeld aan de cirkels die zichtbaar zijn rondom de plaats waar een steen in het water gegooid is. De linker en rechter figuren tonen de transversale modestructuur vlakbij de spiegels. De golffronten hebben de elliptische vorm van de spiegels aangenomen. Ook de intensiteitpatronen zijn elliptisch. Omdat de spiegels identiek zijn, is het golffront in het vlak tussen de spiegels vlak. De plaatjes in figuur 2.6 tonen hoe de structuur van deze mode verandert wanneer een van de spiegels (in dit geval de rechter) verdraaid wordt. Het elliptische intensiteitpatroon heeft niet langer dezelfde oriëntatie in de drie transversale vlakken. Bovendien wordt het golffront hyperbolisch in het vlak tussen de spiegels in. De resonatormode waarvan het intensiteitspatroon bestaat uit één ellipsvormige druppel noemen we de fundamentele mode. Andere (zogenaamde hogere-orde-modes) hebben een complexere structuur. Het effect van het verdraaien van een van de spiegels op zo'n mode is te zien in de figuren 2.7 en 2.8 op pagina 33. De elliptische vorm van de spiegels is nog steeds terug te zien in de vorm van het golffront, maar zowel het golffront als het intensiteitspatroon hebben nu een rijkere structuur. In het golffront zien we zogenaamde lijndislocaties. Dat zijn lijnen waarlangs de top van een golf met een oneindig scherpe overgang overgaat in een dal. Wanneer één van de spiegels verdraaid wordt (figuur 2.8), worden de lijndislocaties in de transversale vlakken tussen de spiegels in vervormd in optische vortices. Deze zijn zichtbaar als punten waar alle kleuren bij elkaar komen. Merk op dat dat alleen gebeurt in de vlakken tussen de spiegels. Vlakbij de spiegels blijven de lijndislocaties intact, maar verliezen hun loodrechte oriëntatie. Ook dat is een gevolg van de verdraaide modestructuur.

De wiskundige methode die we ontwikkelen om de structuur van deze modes te beschrijven maakt gebruik van ladderoperatoren. Vergelijkbare technieken worden toegepast in de quantummechanica en wij breiden ze uit zodat ze toepasbaar zijn op de optische systemen die we bestuderen. In het eenvoudigere geval van een tweedimensionale resonator (dus met één transversale dimensie) vormen de modes een ladder waarop ieder trede met een andere mode correspondeert. De onderste trede correspondeert met de fundamentele mode. De hogere orde modes kunnen worden gevonden door gebruikmaking van ladderoperatoren. Er zijn twee verschillende ladderoperatoren: één die het effect van een stap omhoog beschrijft en één die het (tegengestelde) effect van een stap naar beneden beschrijft. Vanaf de onderste trede is het niet mogelijk verder naar beneden te gaan en dus moet de daaloperator werkend op de fundamentele mode 0 geven. Op deze manier kunnen alle modes op de ladder gevonden worden. In het geval van driedimensionale modes vormen de modes geen ladder, maar een tweedimensionaal rooster waarop ieder punt met een mode correspondeert. We hebben nu dus twee paren van twee ladderoperatoren (of eigenlijk roosteroperatoren) nodig, één paar voor de horizontale richting en één paar voor de verticale richting. Ieder van deze operatoren beschrijft een stap in de bijbehorende richting en voor de tegengestelde richtingen (naar

boven en naar beneden dan wel naar links en naar rechts) worden wederom verschillende operatoren gebruikt. Net als een ladder heeft het rooster van modes een punt van waaruit men niet verder naar beneden en niet verder naar links kan. Dit punt correspondeert met de fundamentele mode van de resonator. Het bijzondere aan de ladderoperatoren is dat ze thuishoren in het golfoptische domein, maar dat hun eigenschappen direct samenhangen met het gedrag van lichtstralen in de resonator. In die zin slaat deze methode een brug tussen het straaloptische gedrag van de resonator en de structuur van zijn golfoptische modes. Dat maakt deze methode erg inzichtelijk en elegant. Daarnaast is de ladderoperatormethode wiskundig exact onder de (realistische) aanname dat de afstand tussen de spiegels groter is dan de diameter van de mode patronen.

Hoofdstuk 3: Verdraaid licht tussen roterende spiegels

In hoofdstuk 3 bespreken we een beschrijving van het gedrag van licht in optische systemen met bewegende elementen en passen deze toe om de modes van een roterende resonator te vinden. Opnieuw geldt dat we alleen een effect verwachten als ten minste één van de spiegels asferisch is en we beschouwen een resonator met roterende astigmatische spiegels. Omdat modes normaal gesproken gedefinieerd worden als tijdonafhankelijke golfpatronen, behoeft het modeconcept in een roterende resonator enige aandacht. We laten zien dat meeroterende oplossingen een zinvolle generalisatie van het modeconcept vormen en, bovendien, dat ze bestaan. Dat wil zeggen dat de wiskundige vergelijkingen waaraan zulke patronen moeten voldoen roterende oplossingen hebben. We breiden de ladderoperatormethode uit naar dit, tijdafhankelijke, geval en bespreken enkele fysische eigenschappen van de roterende resonatormodes. De intensiteitspatronen van een aantal van zulke modes zijn te zien in de figuren 3.3 en 3.5 respectievelijk op pagina 58 en pagina 62. De plaatjes in figuur 3.3 betreffen een resonator met een stilstaande sferische en een draaiende astigmatische spiegel terwijl figuur 3.5 een resonator met twee draaiende astigmatische spiegels betreft. In beide figuren tonen de plaatjes in de linker kolom de modestructuur op de linker spiegel en de plaatjes in de rechter kolom de modestructuur op de rechter spiegel. De plaatjes zijn steeds gegroepeerd in groepjes van vier die de intensiteitspatronen van verschillende modes bij dezelfde rotatiesnelheid tonen. In beide figuren betreft de bovenste rij een stilstaande resonator en neemt de draaisnelheid van boven naar onder toe. De plaatjes laten zien dat de modepatronen aanzienlijk vervormd worden door rotatie en dat fysieke rotatie van de spiegels een wezenlijk ander effect heeft dan het algemeen astigmatisme dat we in hoofdstuk 2 besproken hebben. We laten zien dat zowel de rotationele vervorming van de modes als het feit dat ze roteren bijdragen aan het impulsmoment in deze modes. De bijdrage als gevolg van de rotatie van de modepatronen is, in het algemeen, verwaarloosbaar klein ten opzichte van de bijdrage door de modestructuur. Omdat de roterende modepatronen tijdafhankelijk zijn, hebben de modes ook spectrale structuur. Ze zijn wat we noemen polychromatisch en bevatten licht van verschillende kleuren. De spectrale structuur van de modepatronen uit de onderste rij in figuur 3.5 is te zien in figuur 3.4 op pagina 59. In de praktijk zullen de kleurverschillen tussen de

verschillende componenten erg klein zijn.

Hoewel relatief eenvoudig, is een draaiende resonator met astigmatische spiegels een verrassend rijk fysisch systeem. Om die reden gaan we in de hoofdstukken 4 en 5 verder in op een aantal optische en optodynamische eigenschappen van zo'n opstelling.

Hoofdstuk 4: Rotationele stabilisatie en destabilisatie van een optische resonator

Tot nu toe hebben we steeds aangenomen dat het licht oneindig lang heen en weer blijft stuiteren tussen de twee spiegels waaruit een optische trilholte bestaat. In het algemeen hoeft dit niet het geval te zijn, zelfs niet wanneer men gebruik maakt van ideale (dat wil zeggen perfect reflecterende) spiegeloppervlakken. Omdat de spiegels gekromd zijn, verandert de richting van een lichtstraal wanneer deze weerkaatst wordt. Aangezien de resonator open is, gebeurt het in veel gevallen dat een lichtstraal vroeg of laat uit de resonator gekaatst wordt. In dat geval is de resonator niet in staat licht lang vast te houden en wordt deze geometrisch instabiel genoemd. Hoewel stabiliteit primair een straaloptische eigenschap van een resonator is, is het een voorwaarde voor het bestaan van (golfoptische) modes. In hoofdstuk 4 bestuderen we effecten van rotatie op de stabiliteit van een optische resonator. We laten zien dat stabiele resonatoren in het algemeen tenminste gedeeltelijk instabiel worden (dat wil zeggen instabiel in één richting) als ze in voldoende snelle rotatie worden gebracht. Het licht vliegt dan, als het ware, uit de bocht. Daarnaast tonen we ook aan dat sommige instabiele resonatoren juist stabiel worden als gevolg van rotatie. In dat geval helpt rotatie juist om het licht in te vangen. Dit verrassende effect heeft een mechanisch analogon in de zogeheten paulval (Paul trap). De paulval lijkt op het opsluiten van een knikker in een roterend zadelpunt. Een zadelpunt is een punt op een oppervlak waar de kromming in de ene richting hol en in de andere richting bol is. Een knikker die op een stilstaand zadelpunt gelegd wordt, valt langs de bolle flank naar beneden. Wanneer het zadelpunt echter voldoende snel ronddraait, wordt de knikker ingevangen door de holle flank van het zadelpunt voordat deze langs de bolle flank naar beneden kan vallen. De knikker wordt door de rotatie gevangen net als het licht in een resonator die door rotatie gestabiliseerd wordt. We bestuderen de effecten van stabilisatie en destabilisatie op de structuur van de resonatormodes en laten zien dat het licht inderdaad uit dan wel in de bocht vliegt. Dat is te zien in de plaatjes in figuur 4.2 op pagina 67. De bovenste rij toont de modestructuur in een resonator die gedestabiliseerd wordt terwijl de onderste rij een resonator betreft die gestabiliseerd wordt door rotatie. In beide gevallen neemt de draaisnelheid van links naar rechts toe. Tenslotte kijken we ook naar het impulsmoment in de resonatormodes en laten zien dat dat oneindig groot wordt op de grens van stabiliteit en (gedeeltelijke) instabiliteit. Dat is te zien in de grafieken in figuur 4.3 op pagina 70. De linker grafiek toont het geval van een resonator die gedestabiliseerd wordt, terwijl de rechter een resonator betreft die gestabiliseerd wordt door rotatie. In beide grafieken staat het impulsmoment op de verticale en de draaisnelheid op de horizontale as.

Hoofdstuk 5: Optische vortices geïnduceerd door rotatie van een resonator

Fysieke rotatie en het verschijnen van vortices hangen in het algemeen nauw met elkaar samen. In hoofdstuk 5 bestuderen we het door rotatie geïnduceerde vortexpatroon in de modes van een optische resonator. Omdat we alleen naar het effect van rotatie willen kijken, nemen we een resonator die niet verdraaid is. We beschouwen een resonator die bestaat uit een sferische en een astigmatische spiegel. We vatten de wiskundige aanpak uit het derde hoofdstuk kort samen en bespreken enkele algemene eigenschappen van de vortices in roterende resonatormodes. We laten onder andere zien dat even modes in het algemeen een vortex in het midden van het modepatroon hebben en dat dat niet zo kan zijn voor oneven modes. In figuur 5.4 op pagina 82 tonen we resultaten voor een specifiek geval. De linker kolom toont de modestructuur in geval van een stilstaande resonator. De rechterkolom toont dezelfde modes maar dan wanneer de resonator roteert. De resultaten laten opnieuw zien dat rotatie opvallende effecten heeft op de modestructuur en, bovendien, dat de lijndislocaties in de golffronten vervormd worden tot optische vortices. Anders dan in het geval van een verdraaide resonator (hoofdstuk 2) gebeurt dat nu in alle transversale vlakken, ook in die bij de spiegels.

Onder typische experimentele omstandigheden vereisen de effecten die we in de hoofdstukken 3, 4 en 5 besproken hebben rotatiesnelheden van tienduizenden tot miljoenen omwentelingen per seconde. Hoewel in principe niet onmogelijk, is het niet eenvoudig zulke hoge rotatiesnelheden te realiseren. Om die reden bespreken we in paragraaf 5.5 enkele andere mogelijkheden om de een opstelling te realiseren die de essentiële eigenschappen van een draaiende astigmatische resonator nabootst.

Hoofdstuk 6: Geometrische fasen voor astigmatische optische modes van willekeurige orde

De laatste decennia is er in de natuurkunde veel aandacht besteed aan het vinden van geometrische interpretaties van fysische verschijnselen. Het bekendste voorbeeld is Einsteins algemene relativiteitstheorie die een geometrische verklaring geeft voor de zwaartekracht. In vergelijking met analytische en algebraïsche beschrijvingen, zijn geometrische interpretaties meestal eenvoudig en elegant. Bovendien geven ze vaak een dieper inzicht in de oorsprong van fysische verschijnselen. In geometrische beschrijvingen van fysische verschijnselen spelen geometrische fasen een cruciale rol. In het algemeen treden geometrische fasen op wanneer de parameters die een fysisch systeem karakteriseren via een gesloten pad door de parameterruimte terugkomen op hun oorspronkelijke waarden. Een eenvoudig voorbeeld van een geometrische fase treedt op wanneer iemand met een pijl in zijn handen over een boloppervlak (laten we zeggen de aardbol) wandelt en de richting van zijn pijl onveranderd laat als hij zelf van richting verandert. Stel dat deze persoon vanaf de evenaar via de noordpool naar de andere kant van de evenaar loopt en vervolgens over de evenaar terugloopt naar zijn beginpositie. Dan is zijn pijl bij terugkomst precies 180 graden gedraaid ten opzichte van zijn oorspronkelijke richting. Als hij op de noordpool niet rechtdoor loopt maar rechtsaf slaat, is

zijn pijl precies 90 graden verdraaid ten opzichte van de oorspronkelijke positie. In het algemeen wordt de hoek waarover de pijl verdraaid is na het bewandelen van een gesloten pad op de aardbol bepaald door het ingesloten oppervlak (ten opzichte van het totale oppervlak van de bol). Dit effect hangt samen met de kromming van het boloppervlak en treedt niet op in een (plat) vlak. Bovendien is de hoek waarover de pijl bij terugkomst verdraaid is onafhankelijk van de snelheid waarmee het pad doorlopen is. De hoek wordt dus uitsluitend bepaald door de geometrische eigenschappen van het boloppervlak (de kromming) en door die van het pad (het ingesloten oppervlak).

In hoofdstuk 6 bespreken we soortgelijke effecten voor optische modes die zich voortplanten door een optische opstelling dan wel door de vrije ruimte. We introduceren een speciale klasse optische modes met transversale structuur en laten zien dat deze gesloten is onder een groep optische transformaties die onder andere vrije voorplanting van het licht, de effecten van gekromde spiegels en lenzen en effecten door breking op de modestructuur bevat. We karakteriseren de parameters die samenhangen met de transversale structuur van de modes en laten zien dat een gesloten pad door de bijbehorende parameterruimte aanleiding geeft tot een faseverschuiving die een geometrische interpretatie heeft in termen van de parameterruimte en het afgelegde pad. In het geval van optische modes correspondeert deze niet met een verdraaiing maar met een (kleine) verschuiving van de pieken en dalen van de golf. Zulke verschuivingen zijn te meten door het originele patroon te laten interfereren met het patroon dat een gesloten cyclus heeft afgelegd door de parameterruimte. Als speciale gevallen vinden we de gouyfase en de geometrische fase die optreedt als gevolg van een reeks modeconversies en rotaties van niet-astigmatische modes. In het laatste geval reduceert de parameterruimte weer tot een bol. Voorbeelden van zulke bollen en de bijbehorende modepatronen zijn te zien in de figuren 6.1 en 6.2 respectievelijk op pagina 111 en op pagina 114 en 115.

Hoofdstuk 7: Een exacte quantumtheorie voor draaiend licht

Het laatste hoofdstuk besluit de discussie over draaiend licht in dit proefschrift. Hoewel draaiende lichtbundels gedurende de laatste decennia door verschillende onderzoeksgroepen vanuit verschillende invalshoeken zowel theoretisch als experimenteel bestudeerd werden, werd de eerste quantumtheorie voor draaiend licht pas in 2006 gepubliceerd. Deze theorie beschrijft quantumtoestanden van licht met draaiende polarisaties en draaiende voortplantingsrichtingen. Ze beschrijft ook quantumtoestanden waarin beide draaien. Hoewel deze theorie in veel praktische situaties uitstekend toepasbaar is, is zij niet exact. De belangrijkste beperking is dat deze theorie alleen van toepassing is op lichtbundels waarvan de polarisatiestructuur onafhankelijk is van de ruimtelijke variatie van de voortplantingsrichting. Daarnaast beperkt zij zich tot (relatief) kleine draaisnelheden.

In hoofdstuk 7 presenteren we de eerste exacte quantumtheorie voor draaiend licht. We laten zien dat de vergelijkingen die licht in de vrije ruimte beschrijven exacte draaiende oplossingen hebben en dat zulke oplossingen alleen bestaan als het gehele veld, inclusief

zijn polarisatie, uniform draait. We bestuderen zulke oplossingen en formuleren een quantumtheorie voor dit type draaiend licht. Ook bespreken we het verband met de draaiende resonatormodes die we bestudeerd hebben in de hoofdstukken 3, 4, 5 en laten zien dat de quantumtheorie ook in dat geval van toepassing is.