

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/20880> holds various files of this Leiden University dissertation.

Author: Duong, Hoang Dung

Title: Profinite groups with a rational probabilistic zeta function

Issue Date: 2013-05-14

Sommario

In questa tesi investighiamo la connessione tra un gruppo profinito finitamente generato G e la serie di Dirichlet associata $P_G(s)$, la cui inversa moltiplicativa è chiamata funzione zeta probabilistica di G . In particolare, consideriamo la congettura di Lucchini che dice che dato un gruppo profinito finitamente generato G , la serie di Dirichlet associata $P_G(s)$ è razionale se e solo se il quoziente $G/\text{Frat}(G)$ è finito. Detomi e Lucchini hanno dimostrato la congettura nel caso prorisolubile. Per quanto riguarda i gruppi non prorisolubili, hanno dimostrato la congettura nell'ipotesi che quasi tutti i fattori non abeliani in una serie di composizione di G siano di tipo alterno. In questa tesi proviamo la congettura in alcuni altri casi non considerati in precedenza. La dimostriamo in particolare nell'ipotesi che quasi tutti i fattori di composizione non abeliani siano gruppi semplici di tipo Lie su campi di caratteristica p , con p un primo fissato. Quando la caratteristica varia il problema diventa piuttosto difficile e non abbiamo ancora risultati definitivi a riguardo. Tuttavia dimostriamo che la congettura vale se quasi ogni fattore di composizione non abeliano di G è della forma $\text{PSL}(2, p)$ per qualche primo $p \geq 5$ (non fissato). Questo vale anche se sostituiamo $\text{PSL}(2, p)$ con un gruppo semplice sporadico. La congettura è in generale ancora aperta e non può essere dimostrata con le tecniche utilizzate in questa tesi. Infatti sono forniti degli esempi in cui le nostre tecniche non producono risultati. Nonostante questo limite, abbiamo ottenuto un risultato parziale dimostrando che la congettura vale se quasi ogni fattore di composizione non abeliano è $\text{PSL}(2, p)$ per qualche primo $p \geq 5$, oppure un gruppo semplice sporadico, oppure $\text{Alt}(n)$ dove n è un primo o una potenza di 2.

