



Universiteit  
Leiden  
The Netherlands

## Invariant manifolds and applications for functional differential equations of mixed type

Hupkes, H.J.

### Citation

Hupkes, H. J. (2008, June 12). *Invariant manifolds and applications for functional differential equations of mixed type*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/12947>

Version: Corrected Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/12947>

**Note:** To cite this publication please use the final published version (if applicable).

# Stellingen

behorende bij het proefschrift

“Invariant Manifolds and Applications for  
Functional Differential Equations of Mixed Type”

van H.J. Hupkes

1. Alle oplossingen van een niet-lineaire differentiaalvergelijking van de gemengde soort die dicht in de buurt van een evenwicht blijven, kunnen worden ingebed in een eindig-dimensionale variëteit.
2. Theoretisch gezien kan men algebraïsche differentiaalvergelijkingen van de gemengde soort beter niet differentiëren; numeriek gezien is dit pure noodzaak.
3. Ondanks de afwezigheid van een natuurlijke monodromie-operator voor differentiaalvergelijkingen van de gemengde soort, is het nog steeds mogelijk om Floquettheorie voor dergelijke vergelijkingen te ontwikkelen en Floquet-exponenten numeriek te berekenen.
4. De belangrijkste bijdrage aan de tijds-complexiteit van de huidige algoritmes om differentiaalvergelijkingen van de gemengde soort op te lossen, is afkomstig van dat deel van het algoritme waar de gebruiker zelf een geschikt startprobleem moet specificeren.
5. Differentiaalvergelijkingen van de gemengde soort hebben belangrijke toepassingen in zowel de natuurwetenschappelijke als de economische hoek. De laatste categorie krijgt echter niet de aandacht die het verdient van wiskundigen.
6. Quantumsystemen om geheime sleutels uit te wisselen zijn aantoonbaar veilig, zelfs als de apparatuur niet precies volgens de specificaties werkt [2].
7. Beschouw de scalaire differentiaalvergelijking

$$x'(\zeta) = \int_{-1}^{+1} d\mu(\sigma)x(\zeta + \sigma), \quad (1)$$

waarbij  $\mu$  een NBV-functie op het interval  $[-1, 1]$  is. Voor de bijbehorende karakteristieke functie  $\Delta$  geldt

$$\Delta(z) = z - \int_{-1}^{+1} d\mu(\sigma)e^{z\sigma}.$$

In [4] wordt bewezen dat er NBV functies  $\mu^+$  en  $\mu^-$  bestaan, gedefinieerd op de intervallen  $[0, 1]$  respectievelijk  $[-1, 0]$ , met bijbehorende karakteristieke functies  $\Delta^+$  en  $\Delta^-$ , zodat voor zekere  $z_0 \in \mathbb{C}$  de volgende Wiener-Hopf-factorisatie geldt:

$$(z - z_0)\Delta(z) = \Delta^+(z)\Delta^-(z).$$

Door de nulpunten van  $\Delta^+$  en  $\Delta^-$  te tellen die aan de ‘verkeerde’ kant van de imaginair-as liggen, verkrijgt men een getal  $n_{\sharp}$ . Dit getal kan gebruikt worden om te bepalen of elke beginconditie voor (1) op het interval  $[-1, 0]$  voortgezet kan worden tot een oplossing voor alle  $\zeta \geq 0$ .

Het slechte nieuws is dat in het algemeen  $\Delta^+$  en  $\Delta^-$  niet expliciet bepaald kunnen worden. Het goede nieuws is dat dit voor de vergelijking

$$x'(\zeta) = x(\zeta + 1) + x(\zeta - 1) - 2x(\zeta) - \int_{-1}^0 x(\zeta + \sigma) d\sigma + \int_0^1 x(\zeta + \sigma) d\sigma$$

wel kan, door  $z_0 = 0$  te kiezen en  $\Delta^\pm(z) = z + 1 - e^{\pm z}$ . Met behulp van de in hoofdstuk zes ontwikkelde technieken kan nu  $n_{\sharp}$  berekend worden voor andere problemen van de vorm (1). Men hoeft hierbij alleen te letten op eigenwaarden die de imaginaire as doorkruisen [3].

8. Een bekende vuistregel stelt dat bij het schrijven voor algemeen publiek, elke vergelijking het aantal lezers halveert. Helaas gaat deze formule ook op voor een aanzienlijk deel van de wiskundige vakpublicaties.
9. De wanorde neemt toe met de grootte van het bureau.
10. Een land dat driekwart van de huurwoningen in handen geeft van woningcorporaties, die de prijzen in de vrije sector opdrijven door jarenlange wachtlijsten te hanteren zonder daarbij inkomenseisen te stellen, kan de begrippen flexibiliteit en mobiliteit beter niet bezigen.
11. De Nederlandse wet omtrent downloaden past - onbedoeld - prima binnen de traditie om pragmatisch in plaats van dogmatisch te werk te gaan. Het is nu mogelijk om netjes te betalen voor software, films en muziek en tegelijk een praktisch bruikbare versie van het product te bemachtigen.
12. Als men de werkelijke duur van autoritten naast de voorspellingen van de ANWB routeplanner legt en de afwijkingen vergelijkt met de prestaties van de NS, wordt duidelijk dat de door Leon Hermans voorgestelde kansspelbelasting [1] eerder op benzine dan op treinkaartjes geheven zou moeten worden.
13. Bijbelse profetieën komen vaker uit dan statistisch verantwoord.

## Referenties

- [1] L. Hermans. Actor analysis for water resources management. *PhD Thesis (propositions)*, 2005.
- [2] H. J. Hupkes. Unconditional security of quantum key distribution with practical devices. *Preprint*, 2004.
- [3] H. J. Hupkes and E. Augeraud-Veron. In preparation.
- [4] J. Mallet-Paret and S. M. Verduyn-Lunel. Exponential Dichotomies and Wiener-Hopf Factorizations for Mixed-Type Functional Differential Equations. *J. Diff. Eq., to appear*.