



Universiteit  
Leiden  
The Netherlands

## On the random-matrix theory of Majorana fermions in topological superconductors

Marciani, M.

### Citation

Marciani, M. (2017, June 21). *On the random-matrix theory of Majorana fermions in topological superconductors*. *Casimir PhD Series*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/49722>

Version: Not Applicable (or Unknown)

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/49722>

**Note:** To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/49722> holds various files of this Leiden University dissertation

**Author:** Marciani, Marco

**Title:** On the random-matrix theory of Majorana fermions in topological superconductors

**Issue Date:** 2017-06-21

# Samenvatting

In 2016 is de Nobelprijs natuurkunde toegekend aan de theoretische ontdekking van topologische fase van materie in de jaren '70 en '80 van de vorige eeuw. De afgelopen tien jaar hebben experimentele ontdekkingen zulke topologische fasen, isolatoren, half-metalen en supergeleiders, in het middelpunt van de belangstelling geplaatst. Toepassingen op het gebied van spintronica en quantumcomputers zijn nog toekomstmuziek, maar nu al bieden deze materialen een weelde aan fundamentele nieuwe effecten die we kunnen gaan verkennen.

In dit proefschrift richten we ons op de topologische supergeleiders. Topologie toont zichzelf daar door de aanwezigheid van excitaties zonder energie-gap, die gebonden zijn aan randen of oppervlakten van het materiaal, en die niet verwijderd kunnen worden door wanorde of andere verstoringen. Deze excitaties zijn zogenaamde Majorana-toestanden, ladingsneutrale fermiondeeltjes die hun eigen antideeltje zijn. Een paar Majorana-fermionen gebonden aan twee magnetische vortices kan worden gebruikt om quantuminformatie op te slaan op een manier die niet-lokaal is, en daardoor ongevoelig voor decoherentie. Vanwege deze mogelijke toepassing in quantumcomputers worden de eigenschappen van Majorana's intensief onderzocht. De aanpak die we in dit proefschrift volgen is om de universele, model-onafhankelijke eigenschappen van Majorana-fermionen te onderzoeken door middel van de theorie van toevalsmatrices: dat is een statistische aanpak waar enkel de fundamentele symmetrieën een rol spelen. Het modelsysteem waar we de theorie op toepassen is een supergeleidende “quantum dot” met metalen contacten (een zogenaamd “Andreev biljart”).

Toevalsmatrix-theorie is in het verleden toegepast op systemen in de gecondenseerde materie waar de aanwezigheid of afwezigheid van tijdsomkeersymmetrie bepalend is. Zo ontstaan de drie symmetrieklassen van Wigner en Dyson. Chirale symmetrie, afkomstig uit de elementaire deeltjesfysica, verdubbelde dit tot een zestal symmetrieklassen. In een supergeleider zorgt de deeltje-gat symmetrie ervoor dat er nog vier symmetrieklassen bijkomen, genoemd naar Altland en Zirnbauer. Het totaal aan 10 symmetrieklassen staat bekend als de “tienvoudige weg” van de toevalsmatrix-theorie. Het centrale doel van dit proefschrift is om te onderzoeken hoe de deeltje-gat symmetrie de statistiek verandert van spectrale eigenschappen en transporteigenschappen, in het bijzonder in

## Samenvatting

systemen waar de chirale symmetrie ook een rol speelt.

In hoofdstuk 2 onderzoeken we hoe de koppeling aan metalen contacten de spectrale piek in het midden van de energie-gap verbreedt. Deze piek in de toestandsdichtheid is een karakteristiek kenmerk van een gebonden Majorana-toestand, die in geleidingsexperimenten is waargenomen als een piek rond spanning-nul in het geleidingsvermogen. Een verrassend resultaat van onze berekening is dat de ballistische koppeling aan de contacten, zonder tunnelbarrière, de Majorana-piek compleet doet opgaan in de achtergrond. De technische stap die het ons mogelijk maakt om dit resultaat te bereiken is de berekening van de statistiek van de eigenwaarden van de zogenaamde tijd-vertragingmatrix, namelijk de afgeleide van de verstrooiingsmatrix naar de energie. Met deze kennis hebben we ook toegang tot thermo-elektrische eigenschappen zoals de Seebeck-coëfficiënt, en we vinden dat deze ook ongevoelig is voor de aanwezigheid of afwezigheid van de gebonden Majorana-toestand.

In hoofdstuk 3 nemen we het effect van chirale symmetrie in rekening, die aanwezig is op het oppervlak van een topologische isolator waar supergeleiding is geïnduceerd. Chirale symmetrie stabiliseert meerdere gebonden Majorana-toestanden, door de opsplitsing van de toestanden te voorkomen. In tegenstelling tot de situatie zonder chirale symmetrie, vinden we nu dat de toestandsdichtheid en de thermo-elektrische eigenschappen wel degelijk gevoelig zijn voor de Majorana's. Vanuit technisch oogpunt is dit hoofdstuk lastiger dan het vorige, waar we direct gebruik konden maken van bestaande technieken voor de Wigner-Dyson matrix-ensembles. De chirale symmetrie benodigde een nieuwe "rekenruik".

In hoofdstuk 4 vervolgen we met een alternatieve manier om de gevoeligheid voor de gebonden Majorana-toestanden te herstellen, namelijk het toevoegen van een tunnelbarrière in de contacten. Zodra de ballistische koppeling verwijderd wordt keert de Majoranapiek in de toestandsdichtheid terug, mits alle contacten een tunnelbarrière krijgen. De Majoranapiek blijft in de achtergrond verborgen als er ook maar een enkel ballistisch contact overblijft.

Het laatste hoofdstuk, ten slotte, is gewijd aan een probleem uit een wat ander vakgebied: de zoektocht naar nanomagnetten met een stabiele magnetisatie. Zulke systemen kunnen gebruikt worden om decoherentie te meten en vormen de kleinste logische rekeneenheid in de gecondenseerde materie. Sinds enkele jaren onderkent men dat symmetrieën belangrijk zijn om de stabiliteit van de magnetisatie te karakteriseren. Een volledige klassificatie van de symmetrieën van het substraat (rotatiesymmetrie, spiegelsymmetrie) in samenspel met tijd-omkeersymmetrie ontbrak, zelfs voor het geval van een enkele geïsoleerde nanomagneet. In hoofdstuk 5 worden alle combinaties van symmetrieën gevonden die een magnetisch tweevoudig ontaarde grondtoestand toestaan. Deze ont-

aarding blijft bestaan in aanwezigheid van anisotropiën ten gevolge van het kristalveld en verstrooiing aan geleidingselektronen. De classificatie is gegeneraliseerd naar willekeurige multi-atomaire nanomagneten met Heisenberg-koppeling. Deze resultaten vormen een uitbreiding van de beroemde stelling van Lieb en Mattis over de ordening van energieniveaux in magnetische systemen.

