



Universiteit
Leiden
The Netherlands

Crossed product algebras associated with topological dynamical systems

Svensson, P.C.

Citation

Svensson, P. C. (2009, March 25). *Crossed product algebras associated with topological dynamical systems*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/13699>

Version: Not Applicable (or Unknown)

License: [Leiden University Non-exclusive license](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/13699>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Samenvatting

Dit proefschrift gaat over verbanden tussen dynamische systemen en daarmee geassocieerde algebra's van gekruist produkt type, met als centrale thema het vaststellen van equivalenties tussen structureigenschappen van de gekruiste produkten enerzijds en eigenschappen van de dynamica anderzijds. Het voornaamste startpunt hierbij is een dynamisch systeem $\Sigma = (X, \sigma)$, waarbij X een compacte Hausdorff ruimte is en σ een homeomorfisme van X . De gehele getallen werken dan op X door iteratie van σ en met deze actie wordt al sinds lange tijd een C^* -algebra van gekruist produkt type, $C^*(\Sigma)$, geassocieerd. We concentreren ons echter niet alleen op $C^*(\Sigma)$, maar ook op een Banach $*$ -algebra, $\ell^1(\Sigma)$, en een niet-volledige $*$ -algebra, $k(\Sigma)$, die beide van gekruist produkt type zijn en via $*$ -isomorfismen als dichte deelalgebra's in $C^*(\Sigma)$ ingebed kunnen worden. De C^* -algebra $C^*(\Sigma)$ is dan de zogenaamde omhullende C^* -algebra van $\ell^1(\Sigma)$. Voor ieder van deze drie algebra's onderzoeken we het verband tussen de structuur en de dynamica van Σ . Bij $C^*(\Sigma)$ past dit onderzoek in een lange traditie; het beschouwen van $\ell^1(\Sigma)$ en $k(\Sigma)$ is nieuw.

Alhoewel C^* -algebra's technisch aantrekkelijke eigenschappen hebben die niet gelden voor willekeurige Banach $*$ -algebra's zoals $\ell^1(\Sigma)$, heeft $\ell^1(\Sigma)$ daarentegen ten opzichte van $C^*(\Sigma)$ het voordeel dat zijn elementen expliciet gegeven zijn als een convergente reeks. Dit geldt ook voor de algebra $k(\Sigma)$, waar de sommaties zelfs eindig zijn. Beide algebra's zijn daardoor beter toegankelijk voor expliciete berekeningen dan $C^*(\Sigma)$. De algebra's $C^*(\Sigma)$, $\ell^1(\Sigma)$ en $k(\Sigma)$ bevatten alle een kopie van $C(X)$ waarvan we de commutant, $C(X)'$, in alledrie de algebra's gedetailleerd onderzoeken. In het bijzonder kijken we naar de doorsnijdingseigenschappen van deze commutant met idealen in deze algebra's. We bewijzen onder andere dat, onafhankelijk van het systeem Σ , $C(X)'$ altijd een doorsnede ongelijk aan nul heeft met ieder ideaal van de algebra in kwestie dat ongelijk aan nul is; in $\ell^1(\Sigma)$ verkrijgen we dit resultaat alleen voor gesloten idealen. We gebruiken deze nieuwe stellingen om een aantal bekende verbanden tussen Σ en $C^*(\Sigma)$ op een alternatieve en bevredigendere manier te begrijpen en eveneens om analoga van deze verbanden af te leiden voor $\ell^1(\Sigma)$ en $k(\Sigma)$. De analogie is overigens niet volledig: zo blijkt dat $\ell^1(\Sigma)$ gesloten idealen kan hebben die niet zelfgeadjungeerd zijn. Dit verschijnsel, dat voor $C^*(\Sigma)$ als C^* -algebra uiteraard niet aan de orde is, treedt in $\ell^1(\Sigma)$ op dan en slechts dan als Σ periodieke punten heeft. Een aantal basisresultaten die betrekking hebben op $C(X)'$ en die ten grondslag liggen aan de genoemde verbanden tussen structuur en dynamica, zijn sterk afhankelijk van het feit dat we deze commutant samen met zijn ruimte van maximale idealen zowel in $\ell^1(\Sigma)$ als in $C^*(\Sigma)$ expliciet kunnen beschrijven.

Verder onderzoeken we algebra's van gekruist produkt type die geassocieerd zijn met

paren (B, Ψ) , waarbij B een Banach algebra is en Ψ een automorfisme van B . Deze familie van algebra's generaliseert de algebra's $k(\Sigma)$. Wanneer de Banach algebra B commutatief, semisimpel en regulier is, kunnen vragen over het gekruiste produkt vertaald worden naar algebra's van het type $k(\Sigma)$, waarbij het dynamische systeem de ruimte van maximale idealen van B als topologische ruimte heeft. Een aantal structureigenschappen van het gekruiste produkt blijkt dan equivalent te zijn met dynamische eigenschappen in de ruimte van maximale idealen.