



Universiteit
Leiden
The Netherlands

The mixed Ax-Lindemann theorem and its applications to the Zilber-Pink conjecture

Gao, Z.

Citation

Gao, Z. (2014, November 24). *The mixed Ax-Lindemann theorem and its applications to the Zilber-Pink conjecture*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/29841>

Version: Corrected Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/29841>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/29841> holds various files of this Leiden University dissertation.

Author: Gao, Ziyang

Title: The mixed Ax-Lindemann theorem and its applications to the Zilber-Pink conjecture

Issue Date: 2014-11-24

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma gratitude à Emmanuel Ullmo pour avoir accepté de diriger ma thèse et m'avoir proposé des sujets intéressants. Il m'a consacré beaucoup de temps, ce qui m'a permis de profiter de sa compréhension profonde de nombreux sujets. Cette thèse n'aurait jamais vu le jour sans sa patience, sa disponibilité et ses encouragements permanents.

Je remercie sincèrement Bas Edixhoven pour avoir bien voulu co-encadrer cette thèse. Il m'a chaleureusement accueilli dans l'Institut de Mathématiques de l'Université de Leiden. Sa vaste culture mathématiques et sa rigueur sont pour moi un modèle.

Je tiens à remercier ensuite Yves André et Bruno Klingler qui ont accompli l'ardu travail de rapporteurs. Ils ont dû faire face à un volume considérable de pages dans un bref délai. Leurs questions et remarques, grâce auxquelles j'ai pu améliorer cette thèse, m'ont été précieuses. Je tiens à remercier particulièrement Bruno Klingler pour son excellent cours sur les variétés de Shimura à l'école d'été *Autour des conjectures de Zilber-Pink* en 2012.

Je suis également très heureux que Ben Moonen et Peter Stevenhagen soient aujourd'hui présents dans mon jury.

Je suis reconnaissant envers Daniel Bertrand, Martin Orr et Kobi Peterzil pour toutes les discussions que l'on a eues et toutes leurs remarques sur cette thèse. Je remercie vivement Eric Gaudron, Marc Hindry, Gaël Rémond, Nicolas Ratazzi et Sergei Starchenko pour avoir répondu à mes questions liées à cette thèse. Je tiens aussi à remercier Antoine Chambert-Loir, Christopher Daw, Philipp Habegger, Pierre Parent, Jonathan Pila, Thomas Scanlon, Jacob Tsimerman, Andrei Yafaev et Umberto Zannier pour l'intérêt qu'ils ont montré pour mon travail.

J'ai présenté les résultats de cette thèse dans plusieurs exposés, notamment à la conférence *Diamant symposium* à Lunteren le 28 novembre 2013, au *Séminaire de théorie des nombres de Jussieu-PRG* le 24 février 2014, à la rencontre *Autour des conjectures de Lang et Vojta* au CIRM le 6 mars 2014 et à la conférence *Second ERC Research Period on Diophantine Geometry* à Cetraro le 22 juillet 2014. Je tiens à en remercier les organisateurs, notamment Robin de Jong, Mathilde Herblot, Erwan Rousseau et Umberto Zannier. J'ai été convié en tant que chercheur invité au BICMR (Beijing International Center for Mathematical Research) pendant les étés 2013 et 2014. Je remercie TIAN Qingchun et LIU Ruochuan pour leurs invitations.

C'est grâce au programme Erasmus-Mundus Algant que j'ai pu faire des études en Europe. Je profite de l'occasion pour remercier tous ceux qui ont contribué à ce programme. Je tiens à remercier particulièrement Luc Illusie pour son aide et ses conseils avisés. C'est son cours à Pékin en 2009 qui a initié mes contacts avec les mathématiques modernes. Je tiens à remercier sincèrement Fabrizio Andreatta, Jean-Benoît Bost, CHEN Huayi et Luca Barbieri-Viale pour m'avoir fourni des lettres de recommandation. Je tiens aussi à

remercier David Harari, l'ancien directeur de l'École Doctorale du Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, qui m'a suggéré de parler à Emmanuel. Je voudrais remercier les personnels de l'Université Paris-Sud et de l'Université de Leiden pour leur soutien administratif grâce auquel mes démarches ont été simplifiées.

Merci à Marco pour m'avoir fait boire à de nombreuses occasions. Merci à Mathilde pour tous les moments mémorables qu'on a passés ensemble, notamment à Montréal et à Pékin. Merci à Javier pour son humour. Merci à ZUO Yue pour m'avoir encouragé à apprendre le français. Merci à LEE Ting-Yu d'avoir été une si bonne cuisinière à Lyon. Merci à FU Lie pour sa collaboration pour l'organisation du Séminaire MathJeunes. Merci à Lenny pour m'avoir montré le restaurant de nouilles "Eazie". Merci à HU Yong pour toutes les parties de cartes qu'on a faites.

Je remercie mes amis italiens de master, Beniamino, Chiara, Daniele, Federica, Fererico, Francesca, Marta, Margherita, Mattia, Nicola et beaucoup d'autres, pour leur amitié. Je remercie mes amis à Paris : Arne, Arno, Arthur, Daniele, Diego, François, Gerard, Giancarlo, Giovanni, Guiseppe, Liana, Lionel, Olivier, Ramon, Riccardo, Rita, Santosh, Yohan, AI Xiaohua, CAO Yang, CHEN Huan, CHEN Ke, CHEN Li, DENG Taiwang, HE Weikun, HU Haoyu, HUANG Yi, JIANG Xun, JIANG Zhi, JIN Fangzhou, LAN Yang, LIANG Xiangyu, LIANG Yongqi, LIAO Benben, LIN Hsueh-Yung, LIN Jie, LIN Jyun-Ao, LIN Shen, LIU Chunhui, LIU Linyuan, LIU Shinan, LV Shanshan, MA Li, SHAN Peng, SHEN Shu, SHEN Xu, SUN Fei, SUN Zhe, WANG Haoran, WANG Hong, WU Hao, WANG Hua, WANG Shanwen, XIANG Shengquan, XIE Junyi, XIE Songyan, XU Disheng, XU Haiyan, XUE Cong, YE Lizao, YEUNG Choi-Kit, YIN Qizheng, YIN Yimu, YU Yue, ZHANG Yeping et ZHANG Zhiyuan. Je remercie également mes amis à Leiden : Abtien, Albert, Alberto, Ariyan, David, Dino, Elisa, Eva, GAO Fengnan, Jinbi, LIU Junjiang, Lenny, Maarten, Marco, Martin, Michiel, Mima, Rachel, Rodolphe, Ronald, Sammuele, Stefano, YAN Qijun, ZHANG Chao, ZHAO Yan, ZHUANG Weidong et ZOU Jialiang. Et un remerciement spécifique à tous mes amis du salon de thé 101 Taipei pour les bons moments qu'on a passés ensemble.

Je remercie sincèrement CHEN Yang, HUANG Xu, HONG Ling et WANG Zhichao pour nos amitiés qui durent depuis plus de 20 ans. Finalement, un remerciement spécial à LI Yang, WEI Wenzhe, YANG Juemin et XU Daxin : les mots ne sauraient traduire l'amitié profonde qui nous unit. Merci aussi à Louis-Gabriel pour ces beaux moments passés ensemble.

Acknowledgements

I would like to express my gratitude to Emmanuel Ullmo who proposed interesting subjects to me and expertly guided me through my graduate education. I have benefited a lot from his profound comprehension of different subjects. I would never have been able to finish my dissertation without his patience, his help and his constant encouragement.

I am grateful to Bas Edixhoven for having co-directed this thesis. He warmly welcomed me in the Mathematical Institute of Leiden University and spent much time on me. His broad spectrum of mathematics and his rigorousness are a model for me.

Besides my advisors, my sincere thanks goes to Yves André and Bruno Klingler who have accomplished the arduous work of rapporteurs. They had to face to a considerable volume of pages in a short time. Their questions and remarks, thanks to which I have improved this dissertation, are very precious to me. I would like to thank in particular Bruno Klingler for his excellent course about Shimura varieties at the summer school *Around the Zilber-Pink conjecture* in 2012.

I am honored that Ben Moonen and Peter Stevenhagen have accepted to be part of my thesis committee.

I sincerely thank Daniel Bertrand, Martin Orr and Kobi Peterzil for all the discussions we have had and for their remarks on this dissertation. I thank greatly Eric Gaudron, Marc Hindry, Gaël Rémond, Nicolas Ratazzi and Sergei Starchenko for having answered my questions related to this dissertation. I would also like to thank Antoine Chambert-Loir, Christopher Daw, Philipp Habegger, Pierre Parent, Jonathan Pila, Thomas Scanlon, Jacob Tsimerman, Andrei Yafaev and Umberto Zannier for the interest they have shown in my work.

I have presented the results of this dissertation in many talks, notably in the conference *Diamant symposium* in Lunteren on November 28, 2013, in *Séminaire de théorie des nombres de Jussieu-PRG* on February 24, 2014, in the conference *On Lang and Vojta's conjectures* at CIRM on March 6, 2014 and in the conference *Second ERC Research Period on Diophantine Geometry* in Cetraro on July 22, 2014. I would like to thank the organizers of the meetings, especially Robin de Jong, Mathilde Herblot, Erwan Rousseau and Umberto Zannier. I was invited as visiting scholar at BICMR (Beijing International Center for Mathematical Research) in the summers of 2013 and 2014. I would like to thank TIAN Qingchun and LIU Ruochuan for their invitations.

It is because of the program Erasmus-Mundus Algant that I have the opportunity to study in Europe. I take this occasion to thank everybody who has contributed to this program. I would like to thank especially Luc Illusie for his help and his shrewd advices. It was his course in Beijing in 2009 that initiated my contact with modern mathematics. I would like to thank sincerely Fabrizio Andreatta, Jean-Benoît Bost, CHEN Huayi and Luca Barbieri-Viale for having

provided me with recommendation letters. I would also like to thank David Harari, the former director of the graduate school of mathematics of Paris-Sud, who advised me to talk to Emmanuel. My thanks also goes to the staff of Université Paris-Sud and Leiden University for their administrative support, thanks to which the procedures were simplified.

Thanks to Marco for having persuaded me to drink. Thanks to Mathilde for all the unforgettable moments we have spent together, especially in Montreal and in Beijing. Thanks to Javier for his good sense of humor. Thanks to ZUO Yue for having encouraged me to learn French. Thanks to LEE Ting-Yu for having been such a good chef in Lyon. Thanks to FU Lie for his collaboration for the organization of Séminaire MathJeunes. Thanks to Lenny for having shown me the noodle restaurant “Eazie”. Thanks to HU Yong for all the card games we have played.

I thank all my Italian friends from master, Beniamino, Chiara, Daniele, Federica, Fererico, Francesca, Marta, Margherita, Mattia, Nicola and many others, for their friendship. I thank my friends in Paris: Arne, Arthur, Daniele, Diego, François, Gerard, Giancarlo, Giovanni, Guiseppe, Liana, Lionel, Olivier, Ramon, Riccardo, Rita, Santosh, Yohan, Ai Xiaohua, CAO Yang, CHEN Huan, CHEN Ke, CHEN Li, DENG Taiwang, HE Weikun, HU Haoyu, HUANG Yi, JIANG Xun, JIANG Zhi, JIN Fangzhou, LAN Yang, LIANG Xiangyu, LIANG Yongqi, LIAO Benben, LIN Hsueh-Yung, LIN Jie, LIN Jyun-Ao, LIN Shen, LIU Chunhui, LIU Linyuan, LIU Shinan, LV Shanshan, MA Li, SHAN Peng, SHEN Shu, SHEN Xu, SUN Fei, SUN Zhe, WANG Haoran, WANG Hong, WU Hao, WANG Hua, WANG Shanwen, XIANG Shengquan, XIE Junyi, XIE Songyan, XU Disheng, XU Haiyan, XUE Cong, YE Lizao, YEUNG Choi-Kit, YIN Qizheng, YIN Yimu, YU Yue, ZHANG Yeping et ZHANG Zhiyuan. I also thank my friends in Leiden: Abtien, Albert, Alberto, Ariyan, David, Dino, Elisa, Eva, GAO Fengnan, Jinbi, LIU Junjiang, Maarten, Marco, Martin, Michiel, Mima, Rachel, Rodolphe, Ronald, Sammuele, Stefano, YAN Qijun, ZHANG Chao, ZHAO Yan, ZHUANG Weidong et ZOU Jialiang. And a specific thanks to all my friends from the tea salon 101 Taipei for the happy moments we have spent together.

I am grateful to CHEN Yang, HUANG Xu, HONG Ling and WANG Zhichao for the profound friendship we have been sharing for over 20 years. Finally, a special thanks to LI Yang, WEI Wenzhe, YANG Juemin and XU Daxin: no words can describe the deep friendship we have been sharing through the years. Also thanks to Louis-Gabriel for the good moments we spend together.

Curriculum Vitae

Ziyang GAO was born on 29th June 1988 in Dandong, Liaoning, China.

In 2006, he moved to Beijing to start his bachelor in mathematics at Peking University. In 2010, he finished his bachelor and started the Erasmus-Mundus master-Algant program. He spent his first master year in Milan and his second in Orsay, where he wrote his master thesis entitled “La conjecture d’André-Oort pour le produit des courbes modulaires” under the supervision of Emmanuel Ullmo. He received his “master Algant” degree at the Algant graduation ceremony in Padova in 2012. He also received his master degrees from Università degli Studi di Milano and Université Paris-Sud in the same year.

In 2012 he was awarded an Algant-Doc joint PhD fellowship at Université Paris-Sud and Universiteit Leiden, under the supervision of Emmanuel Ullmo and Bas Edixhoven. He was invited as speaker to quite a few conferences and seminars during his PhD. He was invited as visiting scholar to BICMR (Beijing International Center for Mathematical Research) in the summers of 2013 and 2014. In Fall 2014 he gave a course “Introduction to Algebraic Topology” at Universiteit Leiden.