



Universiteit
Leiden
The Netherlands

The mixed Ax-Lindemann theorem and its applications to the Zilber-Pink conjecture

Gao, Z.

Citation

Gao, Z. (2014, November 24). *The mixed Ax-Lindemann theorem and its applications to the Zilber-Pink conjecture*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/29841>

Version: Corrected Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/29841>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/29841> holds various files of this Leiden University dissertation.

Author: Gao, Ziyang

Title: The mixed Ax-Lindemann theorem and its applications to the Zilber-Pink conjecture

Issue Date: 2014-11-24

Samenvatting

Het Zilber-Pink vermoeden is een diophantisch vermoeden over zogenaamde “onwaarschijnlijke intersecties” in gemengde Shimura variëteiten. Het is een gemeenschappelijke generalisatie van de vermoedens van André-Oort en Mordell-Lang. In dit proefschrift wordt het Zilber-Pink vermoeden bestudeerd. Precieser, we bestuderen het André-Oort vermoeden, dat zegt dat in een gemengde Shimura variëteit iedere deelvariëteit waarin de speciale punten dicht liggen zelf speciaal is, en het André-Pink-Zannier vermoeden dat zegt dat in een gemengde Shimura variëteit iedere deelvariëteit met een dichte doorsnede met een gegeneraliseerde Hecke baan zwak speciaal is. Zoals uitgelegd door Pink generaliseert dit laatste vermoeden het Mordell-Lang vermoeden.

Een essentieel punt in de benadering van het Zilber-Pink vermoeden door Pila en Zannier is het bewijzen van de Ax-Lindemann stelling, die een generalisatie is van een functionaal analogon van de klassieke Lindemann-Weierstrass stelling. Één van de hoofdresultaten van dit proefschrift is een bewijs van de Ax-Lindemann stelling in zijn meest algemene vorm, dat wil zeggen, de gemengde Ax-Lindemann stelling. Dit generaliseert resultaten van Pila, Pila-Tsimerman, Ullmo-Yafaev en Klingler-Ullmo-Yafaev over de Ax-Lindemann stelling voor pure Shimura variëteiten.

Een ander hoofdresultaat in dit proefschrift is een bewijs van het André-Oort vermoeden voor een grote klasse van gemengde Shimura variëteiten: onvoorwaardelijk voor elke gemengde Shimura variëteit waarvan het pure quotiënt een deelvariëteit is van $\mathcal{A}_6^N$ (d.w.z., producten van universele families van abelse variëteiten van dimensie 6 en de Poincaré bundel over $\mathcal{A}_6$) en onder de gegeneraliseerde Riemann hypothese (GRH) voor alle gemengde Shimura variëteiten van abels type. Dit generaliseert stellingen van Klinger-Ullmo-Yafaev, Pila, Pila-Tsimerman and Ullmo betreffende pure Shimura variëteiten.

Wat het André-Pink-Zannier vermoeden betreft, bewijzen we een aantal gevallen waarin de ambiënte gemengde Shimura variëteit een universele familie van abelse variëteiten is. Eerst bewijzen we de overlap tussen André-Oort en André-Pink-Zannier, d.w.z., we bestuderen de gegeneraliseerde Hecke baan van een speciaal punt. Dit generaliseert resultaten van Edixhoven-Yafaev en Klingler-Ullmo-Yafaev voor $\mathcal{A}_g$. Daarna bewijzen we het vermoeden in het volgende geval: een deelvariëteit van een abels schema over een kromme is zwak speciaal als zijn doorsnede met de gegeneraliseerde Hecke baan van een torsiepunt van een niet CM-vezel Zariski dicht is. Tenslotte bewijzen we het vermoeden voor krommen en de gegeneraliseerde Hecke baan van een $\overline{\mathbb{Q}}$ -punt. Deze resultaten generaliseren resultaten van Habegger-Pila en Orr voor $\mathcal{A}_g$.

In al deze bewijzen speelt o-minimale theorie, en in het bijzonder de telling van Pila-Wilkie, een belangrijke rol.