



Universiteit
Leiden
The Netherlands

Anomalous diffusion of Dirac fermions

Groth, C.W.

Citation

Groth, C. W. (2010, December 8). *Anomalous diffusion of Dirac fermions*. *Casimir PhD Series*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/16222>

Version: Not Applicable (or Unknown)
License: [Leiden University Non-exclusive license](#)
Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/16222>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Samenvatting

Stel je voor, een twijfelende wandelaar ergens op een pad, die steeds maar weer een munt opgooit. Als het resultaat “kruis” is, doet hij een stap naar voren. Als het resultaat “munt” is, doet hij een stap naar achteren. Wat is het verband met het (gedurende korte tijd) opwarmen van een metalen staaf met een aansteker? Zowel de “dichtheid van de wandelaar” (namelijk, de kans om hem in een bepaald stuk van het pad aan te treffen), alsook de dichtheid van warmte in de staaf (bepaald door de temperatuur) breiden zich met de tijd uit volgens een diffusievergelijking. Deze vergelijking zegt in essentie dat de uitgebreidheid van het dichtheidsprofiel groeit met de wortel uit de tijd. In het geval van de wandelaar betekent dit dat, als hij zich (gemiddeld over vele herhalingen van deze vermoeiende operatie) 20 meter van zijn startpositie heeft verplaatst na 15 minuten, we kunnen verwachten dat hij zich gemiddeld 40 meter heeft verplaatst na een uur. Soortgelijke processen komen veel voor in de natuur, van de verspreiding van verontreinigingen in een kristal tot de verspreiding van geïnfecteerde muskieten.

De wortel-uit-de-tijd wet van diffusie is opvallend universeel, en toch zijn er gevallen in de natuur waar het toevallig verspreiden van deze wetmatigheid afwijkt. Zulke diffusie heet *anomaal* – de breedte van het dichtheidsprofiel breidt zich in de tijd uit met een macht die ergens tussen 0 en 1 ligt, verschillend van de macht $1/2$ van normale diffusie. Bijvoorbeeld, het is bekend dat verontreinigingen in water zich langzamer verspreiden dan het gevolg zou zijn van normale diffusie. De reden is dat verontreinigingen lange tijd onder de grond vast kunnen komen te zitten. Diffusie die langzamer is dan normaal heet subdiffusie. Superdiffusie, sneller dan normaal, is ook mogelijk, en is bijvoorbeeld waargenomen in

de voortplanting van hemellicht door een bewolkte atmosfeer.

Anomale diffusie kan ook voorkomen in elektrische geleiding door wanordelijke metalen en halfgeleiders. Bij lage temperaturen doet de kwantummechanica haar intrede als een ander mechanisme waardoor diffusie van elektronen anomaal kan worden. Het kan vertragen tot een complete stop ten gevolge van destructieve interferentie, terwijl constructieve interferentie het tegenovergestelde kan bewerkstelligen.

Dit proefschrift behandelt een verscheidenheid van systemen waarin de diffusie anomaal is, vooral gemotiveerd door recente experimentele ontwikkelingen.

In hoofdstuk 2 onderzoeken we de gevolgen die langzamer-dan-normale diffusie op fractalen heeft voor hagelruis, de tijdsafhankelijke fluctuaties van de elektrische stroom. Fractalen zijn geometrische objecten die gekarakteriseerd worden door een niet-heeltallige dimensie. (Wolkepatronen zijn een vertrouwd voorbeeld van fractalen.) Onze studie is gemotiveerd door de fractalen die gevormd worden door de gebiedjes van elektronen en gaten in grafeen, een enkele laag koolstofatomen.

Sneller-dan-normale diffusie vereist lange stappen, met een hogere frequentie dan bij normale diffusie. Recent is superdiffusie van fotonen gerapporteerd in een medium bestaande uit glazen bollen met een grote verscheidenheid aan diameters. Omdat de ordening van de bollen vast ligt in de tijd, zijn de stappen die een foton maakt door het medium gecorreleerd: een lange stap in de ene richting wordt waarschijnlijk gevolgd door een lange stap in de omgekeerde richting. Om het belang van de correlaties te onderzoeken bestuderen we in hoofdstuk 3 het effect van correlaties op superdiffusie in één dimensie. In één dimensie is het effect van correlaties het sterkst (het is dus een "worst-case" geval), en deze dimensie heeft het voordeel dat een exacte oplossing kan worden opgeschreven.

Elektronen in grafeen hebben de ongebruikelijke eigenschap dat ze massaloos zijn. Hun golfvergelijking is de relativistische Dirac-vergelijking, in plaats van de niet-relativistische Schrödinger-

vergelijking. (Deze massaloze elektronen zijn de Dirac-fermionen uit de titel.) Kwantum-interferentie in grafeen is constructief in plaats van destructief, gemiddeld gesproken. Terwijl toename van de wanorde in gewone materialen het moeilijker maakt voor elektronen om zich voort te bewegen, gebeurt in grafeen het tegenovergestelde. In hoofdstuk 4 ontwikkelen en demonstreren we een methode om de anomale diffusie van Dirac-fermionen op een computer te simuleren.

De laatste twee hoofdstukken van dit proefschrift behandelen andere eigenschappen van Dirac-fermionen, niet direct gerelateerd aan anomale diffusie. Deze treden op in zogenaamde topologische isolatoren, een nieuwe klasse van materialen die isoleren in het binnenste maar geleiden via metallische randtoestanden. Deze randtoestanden zijn uniek omdat spin-op en spin-neer elektronen in tegenovergestelde richtingen bewegen, ongeacht een obstakel dat ze op hun weg zouden kunnen vinden. Hoofdstuk 5 stelt een spin-precessie experiment voor in topologische isolatoren, en analyseert het. In hoofdstuk 6 presenteren we een mechanisme om een gewone isolator te converteren in een topologische isolator door middel van wanorde. Deze conversie was gerapporteerd in de literatuur, op basis van computersimulaties, maar zonder verklaring.

