



Universiteit
Leiden
The Netherlands

Mersenne primes and class field theory

Jansen, B.J.H.

Citation

Jansen, B. J. H. (2012, December 18). *Mersenne primes and class field theory*. Number Theory, Algebra and Geometry, Mathematical Institute, Faculty of Science, Leiden University. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/20310>

Version: Corrected Publisher's Version

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/20310>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/20310> holds various files of this Leiden University dissertation.

Author: Jansen, Bas

Title: Mersenne primes and class field theory

Date: 2012-12-18

Stellingen

Stelling 1

Zij q een positief geheel getal. Laat R_q de ring zijn gedefinieerd door

$$R_q = \bigcup_{\gcd(n,q)=1} \mathbb{Z}[\sqrt[n]{2}],$$

waar n loopt over alle positieve gehele getallen relatief priem met q . Dan is er precies één ringhomomorfisme van R_q naar $\mathbb{Z}/(2^q - 1)\mathbb{Z}$.

Stelling 2

Zij $t \in \bigcup_{n \geq 1} \mathbb{Q}(\sqrt[n]{2})$. Dan is $((-54468 - 61952\sqrt{2})t^4 + (-123904 + 435744\sqrt{2})t^3 + (326808 + 371712\sqrt{2})t^2 + (123904 - 435744\sqrt{2})t - 54468 - 61952\sqrt{2})/(t^2 + 1)^2$ een universele startwaarde (zie Definition 2.5).

Stelling 3

Zij $q, n \in \mathbb{Z}_{>1}$, $q \equiv -1 \pmod n$ en $q > 2n - 1$. Dan geldt $(\frac{\sqrt[n]{2}-1}{M_q}) = 1$ (zie Definition 2.4).

Stelling 4

Zij n een positief geheel getal. Laat $\mathfrak{p}$ een priemideaal $\neq (0)$ zijn van $\mathbb{Z}[\sqrt[n]{2}]$ en laat $\mathfrak{P}$ een priemideaal van de ring van gehelen $\mathcal{O}$ van $\mathbb{Q}(\sqrt[n]{2})$ boven $\mathfrak{p}$ zijn. Dan is $\mathbb{Z}[\sqrt[n]{2}]/\mathfrak{p}$ isomorf met $\mathcal{O}/\mathfrak{P}$.

Stelling 5

Het kwadraat van 4103 kan als volgt worden bepaald.

I	vooraan per cijfer één punt plaatsen	.	.	.	.	4	1	0	3
II	een getal naar links schuiven tot het aantal punten links ervan gelijk is aan het aantal cijfers erin; dit herhalen tot het kwadraat van elk los getal eenvoudig te bepalen is	.	4	.	.	.	1	0	3
		.	4	.	.	1	0	.	3
III	kwadrateren van de losse getallen uit II	1	6	.	1	0	0	.	9
IV	voor elk getal in II dat uit elkaar geschoven is in x en y , het getal $2xy$ links van y zetten bv $2 \cdot 4 \cdot 103 = 824$ staat links van 103						6	0	
				8	2	4			
V	getallen uit III en IV optellen	1	6	8	3	4	6	0	9

Het kwadraat van 4103 is 16834609. Deze methode werkt voor alle natuurlijke getallen.

Stelling 6

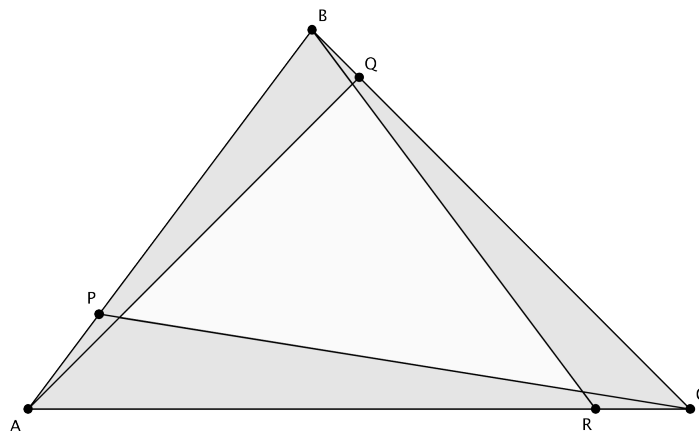
Zij $m \in \mathbb{Z}_{>0}$, $H_m = \{1/n \in \mathbb{Q} : n \in \mathbb{Z}_{>m}\}$ en V de verzameling van alle eindige deelverzamelingen van H_m . Definieer de functie $f : V \rightarrow \mathbb{Q}_{>0}$ door $f : W \mapsto \sum_{x \in W} x$. Dan is voor elke $x \in \mathbb{Q}_{>0}$ het aantal elementen van $f^{-1}(x)$ oneindig.

Stelling 7

Als bij een constructie met passer en liniaal het tekenen van een lijn of cirkel één euro kost, dan kun je een hoek van 15 graden construeren voor vijf euro.

Stelling 8

De oppervlakte van een driehoek ABC met punten P, Q en R op zijden AB, BC en CA respectievelijk zodat $\frac{AP}{PB} = \frac{1}{3}$, $\frac{BQ}{QC} = \frac{1}{6}$ en $\frac{CR}{RA} = \frac{1}{7}$ is twee keer zo groot als de oppervlakte ingesloten door de lijnstukken AQ, BR en CP (zie figuur).



De oppervlakte van driehoek ABC is twee keer zo groot als de oppervlakte van de lichtgrijze driehoek in het midden.