



Universiteit  
Leiden  
The Netherlands

## On continued fraction algorithms

Smeets, I.

### Citation

Smeets, I. (2010, June 16). *On continued fraction algorithms*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/15693>

Version: Not Applicable (or Unknown)

License: [Leiden University Non-exclusive license](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/15693>

**Note:** To cite this publication please use the final published version (if applicable).

# Stellingen

behorende bij het proefschrift

## On continued fraction algorithms

van

Ionica Smeets

1. Laat  $q \geq 3$  een geheel getal zijn,  $\lambda = \lambda_q = 2 \cos \frac{\pi}{q}$  en  $\alpha_1$  en  $\alpha_2$  twee reële getallen in het interval  $[\frac{1}{2}, \frac{1}{\lambda}]$ . Voor elk reëel getal  $x$  geldt dat  $x$  een eindige  $\alpha_1$ -Rosen kettingbreuk heeft dan en slechts dan als  $x$  een eindige  $\alpha_2$ -Rosen kettingbreuk heeft.

2. Noteer met  $\Theta_n$  de  $n$ -de benaderingscoëfficiënt van een Rosen-kettingbreuk met  $q = 8$ . Voor bijna iedere  $x$  geldt dat ongeveer 0,046% van de blokken benaderingscoëfficiënten met lengte 6 de eigenschap heeft dat

$$\min\{\Theta_{j-1}, \Theta_j, \dots, \Theta_{j+3}\} > \frac{1}{2} \quad \text{en} \quad \Theta_{j+4} < \frac{1}{2}.$$

3. Laat  $x$  een irrationaal getal zijn. Voor elk natuurlijk getal  $n$  bestaat er een constante  $c$  zodat het toepassen van het LLL-algoritme op de vectoren  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  en  $\begin{pmatrix} x \\ c \end{pmatrix}$  de eerste  $n$  dichtstbijzijnde-gehele-getallen-kettingbreuk-benaderingen van  $x$  geeft.

4. Het *Vermoeden van Zaremba* [1] zegt dat er een constante  $B$  bestaat zodat voor elk geheel getal  $q \geq 1$  er een geheel getal  $p < q$  met  $\text{ggd}(p, q) = 1$  is, waarbij de wijzergetallen  $a_i$  in de reguliere kettingbreuk  $\frac{p}{q} = [a_1, \dots, a_n]$  begrensd worden door  $B$ , oftewel  $a_i \leq B$  voor  $i = 1, \dots, n$ .

De meetkundige methode beschreven in hoofdstuk 2 zou gebruikt kunnen worden om bovengrenzen voor  $B$  af te leiden.

5. Zij  $g = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  en laat  $k$  een positief geheel getal zijn. Met  $u(k)$  noteren we de eerste  $k$  letters van het oneindige Fibonacci-woord 0100101001001... Voor het verschil tussen het aantal nullen in  $u(k)$  (geschreven als  $|u(k)|_0$ ) en het verwachte aantal nullen in  $u(k)$  (gegeven door  $gk$ ), geldt dat

$$\left| |u(k)|_0 - gk \right| < g.$$

De constante  $g$  is optimaal: ze kan niet worden vervangen door een kleinere.

6. De bij brachytherapie door naalden veroorzaakte artefacten in ultrasoonbeelden zijn met Fouriertransformaties te corrigeren. [2]

7. Drie gevangenen krijgen een kans om vrij te komen. Ze worden geblinddoekt naar een kamer gebracht waar ze elk een rode, blauwe of groene hoed op hun hoofd krijgen. De kleur van de hoeden wordt willekeurig gekozen: voor elk van de gevangenen is de kans op een rode hoed  $1/3$  (en idem voor een blauwe en groene hoed). De blinddoeken worden afgedaan en iedere gevangene ziet de kleuren van de hoeden van de twee anderen, maar niet die van zichzelf. Elk van hen moet op een vel papier schrijven welke kleur zijn eigen hoed heeft. De gevangenen mogen niet met elkaar communiceren en kunnen ook niet van tevoren een strategie afspreken. Als ze alledrie de juiste kleur opschrijven, dan komen ze vrij. Als minstens één van hen het fout heeft, dan worden ze alledrie geëxecuteerd.

Er is een strategie waarbij de gevangenen een kans van 1 op 3 hebben om vrij te komen.

8. Bij het modelleren van problemen uit andere vakgebieden zijn veel wiskundigen geneigd om het model aan te passen aan de wiskunde die ze kennen in plaats van aan de werkelijkheid.

9. Het is makkelijk om een algemeen publiek enthousiast te maken voor wiskunde.

10. Een wiskundige is het soort persoon dat zegt: “Ik kan de wereld, of mijn land, of mijn stad, of zelfs mijn huwelijk niet redden. Maar kijk eens wat een prachtig, elegant bewijs ik heb gevonden voor deze stelling.”

*Naar Kurt Vonnegut in Timequake*

11. Haiku's zijn simpel.

Maar soms slaan ze nergens op.

Toiletverfrisser.

*Naar een shirt van Threadless*

12. Zo belangrijk is relativeren nu ook weer niet.

## Referenties

- [1] S. K. Zaremba, La méthode des ‘bons treillis’ pour le calcul des intégrales multiples, *Proc. Sympos. Univ. Montreal, Montreal*, Academic Press, New York, 1972
- [2] C. Archer, F. van Beckum, A. Hill, M. E. Hochstenbach and I. Smeets. Radioactive Needlework, Reconstruction of needle-positions in radiation treatment, *Proc. of the 55th European Study Group Mathematics with Industry 2006*, Technical University Eindhoven.