



Universiteit  
Leiden  
The Netherlands

## Extension of operators on pre-Riesz spaces

Zhang, F.

### Citation

Zhang, F. (2018, September 20). *Extension of operators on pre-Riesz spaces*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/65567>

Version: Not Applicable (or Unknown)

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/65567>

**Note:** To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/65567> holds various files of this Leiden University dissertation.

**Author:** Zhang, F.

**Title:** Extension of operators on pre-Riesz spaces

**Issue Date:** 2018-09-20

## Samenvatting

Dit proefschrift breidt de theorie van positieve operatoren op Rieszruimten uit naar pre-Rieszruimten. De tekst bestaat grofweg uit twee delen. De eerste twee hoofdstukken breiden bestaand werk over disjunctheidsbewarende operatoren en compacte operatoren uit naar pre-Rieszruimten. De laatste twee hoofdstukken gaan over de theorie van  $C_0$ -halfgroepen op geordende Banachruimten.

Het werk bouwt voort op de theorie van M. van Haandel uit 1993. Deze theorie laat zien dat iedere gerichte Archimedische partieel geordende vectorruimte (pre-Rieszruimte) een overdekkend vectorrooster heeft. Dat wil zeggen dat zo'n ruimte orde-dicht ingebed kan worden in een Rieszruimte. We tonen aan dat er voor een pervasieve pre-Rieszruimte  $X$  met monotone norm een Riesznorm op de Rieszcompletering  $X^\rho$  bestaat. Bovendien laten we zien dat er voor ieder positief element  $x$  ongelijk aan nul een stijgende rij bestaat onder  $x$  die in norm naar  $x$  convergeert. Dan kan iedere positieve injectieve disjunctheidsbewarende operator  $T: X \rightarrow Y$  uitgebreid worden naar een operator  $\hat{T}: X^\rho \rightarrow Y^\delta$  die disjunctheidsbewarend en injectief is, aangenomen dat  $X$  en  $Y$  pervasieve pre-Rieszruimten zijn met monotone normen,  $X^\rho$  de Riesz completering is van  $X$  en  $Y^\delta$  de Dedekind-completering van  $Y$ . Verder gaan we na dat er voor een operator  $T: X \rightarrow Y$ , met  $X$  een pervasieve Archimedische pre-Rieszruimte met de Rieszdecompositie-eigenschap en  $Y$  een Dedekind volledig vectorrooster, een uitbreiding van  $T$  naar de hele ruimte  $X^\rho$  bestaat die orde-begrensdheid en disjunctheid bewaart. In een pervasieve Archimedische pre-Rieszruimte met de Rieszdecompositie-eigenschap construeren we voor ieder positief element  $x$  in  $X^\rho$  een net in  $X$  dat in orde naar  $x$  convergeert. Met behulp van dit resultaat breiden we orde-continue normen op pre-Rieszruimten uit. Verder laten we zien dat de dominerings-eigenschap voor compacte positieve operatoren van  $X$  naar  $Y$ , waar  $X$  en  $Y$  Banachroosters zijn, ook geldt in pervasieve Archimedische pre-Rieszruimten met de Rieszdecompositie-eigenschap en reguliere normen, aangenomen dat  $(X^\delta)'$  en  $Y$  orde-continue normen hebben.

In het tweede deel bewijzen we dat een disjunctheidsbewarende  $C_0$ -halfgroep

$T(t)_{t \geq 0}$  op een geordende Banachruimte met een semimonotone norm een generator heeft die lokaal is. We laten zien dat het omgekeerde geldt als  $A$  en  $A^{-1}$  beide lokaal zijn. We beschouwen ook de contractiviteit en positiviteit van halfgroepen op geordende Banachruimten en brengen die in verband met de dissipativiteit van hun generatoren ten opzichte van geschikt gekozen sublineaire functionalen.

We geven veel voorbeelden om de resultaten te illustreren, waar de ruimte  $C^1[0, 1]$  een typisch voorbeeld van een pre-Rieszruimte is.