



Universiteit  
Leiden  
The Netherlands

## Algebraic filters for filtered backprojection

Plantagie, L.

### Citation

Plantagie, L. (2017, April 13). *Algebraic filters for filtered backprojection*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/48289>

Version: Not Applicable (or Unknown)

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/48289>

**Note:** To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/48289> holds various files of this Leiden University dissertation

**Author:** Plantagie, L.

**Title:** Algebraic filters for filtered backprojection

**Issue Date:** 2017-04-13

---

## SAMENVATTING

---

### ACHTERGROND

*Computed tomography* (CT) is een techniek in de beeldvorming waarbij met behulp van wiskunde een afbeelding wordt gemaakt van het inwendige van een object zonder het open te maken. De term *tomography* is afgeleid van het Griekse *tomos* (snede). Er zijn vele toepassingen voor CT, waarbij de bekendste de medische beeldvorming is. Bij CT-scans in ziekenhuizen stuurt men röntgenstraling door het menselijk lichaam om dwarsdoorsnedes zichtbaar te maken. Naast medische toepassingen kent CT ook vele industriële toepassingen. Zo wordt er bijvoorbeeld op hele kleine schaal (nanometers) naar materialen gekeken met behulp van een elektronenmicroscop, en wordt er op hele grote schaal (kilometers) onderzoek gedaan naar structuren in de bodem bij seismische tomografie. Ook wordt *computed tomography* gebruikt bij materiaalkunde, bijvoorbeeld bij de inspectie van turbinebladen, waarbij wordt onderzocht of een voorwerp scheuren of andere onregelmatigheden bevat.

Bij *computed tomography* worden stralen door een object gestuurd en aan de andere zijde opgevangen door een detector. Deze detector meet de intensiteit van de stralen en verzamelt zo informatie over de hoeveelheid straling die onderweg verloren is gegaan. Door genoeg stralen onder verschillende hoeken door het object te sturen, wordt voldoende informatie verzameld om de dwarsdoorsnedes van het object te benaderen of zelfs exact te berekenen. Deze dwarsdoorsnedes kunnen als afbeelding worden weergegeven door de hoeveelheid geabsorbeerde straling om te zetten in grijswaarden. Doordat twee verschillende materialen van dezelfde dikte in het algemeen ongelijke hoeveelheden straling absorberen, kunnen de materialen waaruit het object bestaat worden onderscheiden op basis van hun grijswaarden. Zo zijn organen te onderscheiden bij een CT-scan in het ziekenhuis, en zijn bijvoorbeeld scheuren zichtbaar bij materiaalkundig onderzoek.

Een veelgebruikte term voor het resultaat van CT is een *reconstructie*. Hoewel er idealiter een exacte reconstructie wordt gemaakt, accepteert

men vaak een benadering om zo bijvoorbeeld de stralenbelasting of de benodigde rekentijd te verminderen. Daarnaast is een exacte reconstructie in veel gevallen niet mogelijk omdat een reconstructie wordt weergegeven op een raster bestaande uit pixels, vergelijkbaar met de pixels van een digitale fotocamera, terwijl de meeste objecten die worden gescand niet exact op zo'n raster kunnen worden weergegeven. Een voorbeeld hiervan is een object met gebogen lijnen. Ook zitten er vaak kleine verstoringen in de gemeten waarden op de detector en kunnen stralen onderweg worden afgebogen, ook wel *ruis* respectievelijk *verstrooiing* genoemd, waardoor de reconstructie niet exact overeenkomt met het gescande object. Hoe meer de reconstructie overeenkomt met het gescande object, hoe hoger de kwaliteit van de reconstructie is.

#### RECONSTRUCTIEMETHODEN

Er wordt veel onderzoek gedaan naar de meest optimale technieken voor het berekenen van een reconstructie, zodat de reconstructie het object zo goed mogelijk benadert. Hierbij zijn er twee hoofdrichtingen te onderscheiden. De eerste hoofdrichting maakt gebruik van een inversieformule via een analytische benadering met continue variabelen. Deze formule bevat een filter wat wordt toegepast op de data die met de detector is verzameld, de *input data* genoemd. Deze methode heet dan ook *Filtered Backprojection* (FBP). Deze methode levert een benadering op van het object en de kwaliteit van de reconstructie hangt sterk af van het gebruikte filter, het aantal hoeken waaronder gescand is, en de hoeveelheid ruis op de input data. Het grootste voordeel van deze methode is de korte tijd die nodig is om de reconstructie te berekenen. Een bekend nadeel van deze methode is de gevoeligheid voor ruis op de input data waardoor de kwaliteit van de reconstructie snel achteruit gaat als de ruis toeneemt. Daarnaast moeten de gebruikte hoeken bij het scannen gelijkmatig verdeeld zijn over  $180^\circ$  of  $360^\circ$ . In de praktijk is het soms niet mogelijk om  $180^\circ$  rond het object te kunnen draaien, bijvoorbeeld bij elektronenmicroscopie. Hier zit het object in een houder die rond kan draaien, waarbij de bron en detector stil staan. In deze gevallen met een beperkt hoekbereik zijn reconstructies met FBP onnauwkeurig.

De tweede hoofdrichting benadert het reconstructieprobleem als een stelsel vergelijkingen. Hierbij wordt al direct uitgegaan van een discrete situatie waarbij het object wordt gezien als een raster met onbekende grijswaarden. Deze methodes worden *algebraïsche reconstructiemethodes* (ARMs) genoemd. Vaak wordt de reconstructie berekend door een vast stappenplan meerdere keren (cycli) te doorlopen waarbij het resultaat van iedere cyclus steeds een (tussentijdse) reconstructie is. Door meerdere cycli uit te voeren wordt de reconstructie steeds aangepast met als doel om de kwaliteit van de reconstructie te verbeteren. Zo wordt bijvoorbeeld na iedere cyclus berekend wat de input data zou zijn geweest als de tussentijdse reconstructie zou zijn gescand. Deze fictieve data wordt vergeleken met de werkelijk gescande data. Het verschil tussen beide datasets wordt in de volgende cyclus gebruikt om de reconstructie te verbeteren. Dit noemen we een *iteratieve* methode. Dit proces kost vaak substantieel meer rekentijd dan FBP, wat tot problemen leidt wanneer er veel objecten in korte tijd worden gescand en de rekentijd groter is dan de tijd die nodig is om te scannen. Er ontstaat een wachttijd voordat de input data kan worden verwerkt, waardoor veel geheugen nodig is om deze datasets tijdelijk op te slaan. Grote voordelen van deze methode zijn de relatieve ongevoeligheid voor ruis op de input data, en de mogelijkheid om met een beperkt hoekbereik van de projecties relatief goede reconstructies te berekenen. Daarnaast kan al bekende informatie over het object worden meegenomen in de berekeningen. Een voorbeeld hiervan is als bij materiaalkundig onderzoek een object uit één of enkele materialen bestaat met bekende grijswaarden. Deze vooraf bekende informatie kan de kwaliteit van de reconstructie sterk positief beïnvloeden.

#### ALGEBRAÏSCHE FILTERS

Vanwege zijn relatief korte rekentijd is FBP een frequent gebruikte reconstructiemethode bij CT. Door de hierboven beschreven nadelen is FBP echter niet in alle situaties een geschikte methode om te gebruiken en wordt er gekozen voor een tragere ARM. Aangezien de kwaliteit van de reconstructies van FBP wordt beïnvloed door de keuze van het filter, is er al veel onderzoek gedaan om nieuwe filters te ontwikkelen die betere reconstructies opleveren. Bij aanvang van dit promotietraject is er echter nog weinig werk bekend waarin ARMs als

basis worden gebruikt om filters te creëren voor FBP. In dit proefschrift wordt een nieuwe methode gepresenteerd om zulke filters te berekenen, *Algebraic filters - Filtered Backprojection* (AF-FBP) genaamd. Met deze methode wordt, voor een van tevoren vastgesteld scanprotocol met onder andere het aantal projectiehoeken, de grootte van de detector en specificaties voor de bron, eenmalig een filter berekend op basis van informatie van een (aanvankelijk lineaire) ARM. Het zo verkregen filter wordt vervolgens toegepast in FBP. Deze AF-FBP reconstructies zijn een benadering van de reconstructies van de ARM die is gebruikt om het filter te berekenen. Het filter is niet afhankelijk van het object en kan dus hergebruikt worden bij verschillende objecten zolang hetzelfde scanprotocol wordt gebruikt. AF-FBP is dus een methode met de rekensnelheid van FBP die bij benadering reconstructies oplevert met dezelfde eigenschappen als de reconstructies van de corresponderende ARM.

Bij de berekening van het filter voor AF-FBP wordt specifiek het pixel gebruikt dat centraal in het reconstructiegebied ligt. In dit proefschrift is aangetoond dat de kwaliteit van een reconstructie afhankelijk is van onder andere de plaats van het object in het reconstructiegebied. Daarom is ook de toegevoegde waarde van het gebruik van meerdere pixels onderzocht voor de berekening van de filters. Hieruit blijkt dat het gebruik van negen filters voor subgebieden van het reconstructiegebied geen verbetering van de kwaliteit van de reconstructies oplevert. Wel is het zinvol gebleken om bij de berekening van het filter de zijden van het reconstructiegebied groter te kiezen dan de lengte van de detector, om zo het effect van randartefacten op het filter, en daarmee op de reconstructies, te reduceren.

De methode AF-FBP maakt gebruik van de lineariteit van een ARM, en is in zijn huidige vorm niet geschikt om toe te passen op niet-lineaire ARMs. Indien er echter objecten worden gebruikt die naar verwachting slechts kleine variaties zijn op een bekende blauwdruk, kan AF-FBP worden aangepast zodat deze ook voor een subklasse van de niet-lineaire ARMs toepasbaar is. Bij kleine variaties op een blauwdruk is ook het verschil in input data tussen het gescande object en de blauwdruk gering. De niet-lineaire ARMs waarvoor een aangepaste AF-FBP is ontwikkeld, kunnen gesplitst worden in een niet-lineaire transformatie op de input data van de blauwdruk, en een lineaire transformatie op het verschil in input data van de blauwdruk en het gescande object. Ze worden daarom in dit proefschrift aange-

duid als *lokaal* lineaire ARMs. AF-FBP kan zo worden aangepast dat deze wordt toegepast op dit verschil in input data en dus een reconstructie oplevert van dit verschil. Het resterende onderdeel van de reconstructie, namelijk de niet-lineaire transformatie van de input data van de blauwdruk, hoeft slechts eenmalig berekend te worden voor de gegeven blauwdruk. Voor alle variaties op de blauwdruk kan deze uitkomst worden overgenomen zonder deze opnieuw te berekenen. Hiermee kan ook voor deze lokaal lineaire ARMs met korte rekentijd een reconstructie worden berekend die de reconstructie van de corresponderende lokaal lineaire ARM benadert.

Dit proefschrift sluit af met een overzicht van de eigenschappen van verschillende recent ontwikkelde methoden om filters te creëren voor FBP. Hieruit blijkt dat de keuze voor een filter in belangrijke mate wordt bepaald door de tijd die beschikbaar is voor de berekeningen, het aantal hoeken waaronder gescand kan worden, en de hoeveelheid te verwachten ruis op de input data. Aangezien AF-FBP aanzienlijk meer tijd nodig heeft om de filters te berekenen, deze filters onafhankelijk zijn van het gescande object, en afhankelijk zijn van de scanprocedure, is deze methode met name geschikt wanneer een beperkt aantal scanprocedures wordt gebruikt. De prestaties van de verschillende filters onderling zijn erg afhankelijk van de gescande objecten, de gekozen scanprocedure, en de maatstaf die gebruikt wordt om de kwaliteit van een reconstructie te bepalen. Voor een meerderheid van de onderzochte gevallen is de kwaliteit van de reconstructies van AF-FBP bovengemiddeld vergeleken met die van de andere filters.

