Periodic pulse solutions to slowly nonlinear reaction-diffusion systems

Rijk, B. de

Propositions

1. Periodic pulse solutions exists in a large class of multi-component, slowly nonlinear reaction-diffusion systems. They arise as perturbations from a singular periodic orbit consisting of a pulse satisfying a fast reduced system and an orbit segment on an invariant manifold satisfying a slow reduced system. *(This thesis, chapter 2.)*

Propositions 2.-8. concern periodic pulse solutions in multi-component, slowly nonlinear reaction-diffusion systems as described in Proposition 1.

2. In order to establish nonlinear diffusive stability of periodic pulse solutions one needs both asymptotic control over the spectrum of the linearization about the pulse solution as well as leading-order control over the critical spectral curve attached to the origin, which shrinks to the origin in the asymptotic limit. *(This thesis, chapter 3.)*
3. Explicit asymptotic control over the spectrum can be obtained by factorizing the Evans function via the Riccati transform. *(This thesis, chapter 5.)*
4. Explicit leading-order control over the critical spectral curve can be obtained by a Lyapunov-Schmidt reduction procedure using Lin's method. *(This thesis, chapter 5.)*
5. Verifying nonlinear diffusive stability of a periodic pulse solution with m slow and n fast components requires explicit knowledge of the dynamics in m- and n-dimensional eigenvalue problems only. *(This thesis, chapter 3.)*
6. A two-component periodic pulse solution cannot be destabilized through a Turing or fold instability, whereas these instabilities are robust for symmetric, spatially periodic patterns in reaction-diffusion systems. *(This thesis, chapter 6.)*
7. The Hopf and belly dance destabilization mechanisms occur in every two-component, slowly nonlinear reaction-diffusion systems. *(This thesis, chapter 6.)*
8. Whether the homoclinic limit is the last 'periodic' pulse solution to destabilize depends on the slow nonlinearity. *(This thesis, chapter 6.)*

9. Techniques for partial differential equations are often developed in the context of specific prototype equations, which facilitates the readability of papers. The drawback is that wider applicability of these techniques is often claimed, but not checked in detail.
10. In mathematics, just like in sports, natural ability alone is not enough to excel.
11. The work of a mathematician can rarely be applied to a real life problem directly. Yet, many solutions to real life problems have their roots in mathematics.
12. There is no clear distinction between fundamental and applied research. It is all a matter of perspective.

Stellingen

1. Periodieke pulsoplossingen bestaan in een grote klasse van langzaam-niet-lineaire reactie-diffusiesystemen met meerdere componenten. Deze oplossingen komen tot stand als verstoringen van een singuliere periodieke baan bestaande uit een puls die voldoet aan een gereduceerd snel systeem en een baansegment op een invariante variëteit die voldoet aan een gereduceerd langzaam systeem. *(Dit proefschrift, hoofdstuk 2.)*

Stellingen 2.-8. hebben betrekking op periodieke pulsoplossingen in langzaam-niet-lineaire reactie-diffusie-systemen met meerdere componenten zoals beschreven in Stelling 1.

2. Om niet-lineaire diffusieve stabiliteit van periodieke pulsoplossingen te bewijzen is zowel asymptotische controle over het spectrum van de linearisatie rondom de pulsoplossing vereist als leidende orde controle over de kritieke spectrale kromme die raakt aan de oorsprong en in de asymptotische limiet ineenkrimpt tot een punt. *(Dit proefschrift, hoofdstuk 3.)*

3. Expliciete asymptotische controle over het spectrum kan worden verkregen door de Evansfunctie te factoriseren via de Riccatitransformatie. *(Dit proefschrift, hoofdstuk 5.)*

4. Expliciete leidende orde controle over de kritieke spectrale kromme kan worden verkregen via een Lyapunov-Schmidtreductieprocedure door gebruik te maken van Lins methode. *(Dit proefschrift, hoofdstuk 5.)*

5. Expliciete kennis van de dynamica in zekere m- and n-dimensionale eigenwaardeproblemen is voldoende om te verifiëren of een periodieke pulsoplossing met m langzame en n snelle componenten niet-lineair diffusief stabiel is. *(Dit proefschrift, hoofdstuk 3.)*

6. Een periodieke pulsoplossing met twee componenten kan niet destabiliseren via een Turing- of foldinstabiliteit, terwijl deze instabiliteiten robuust zijn voor symmetrische, ruimtelijk periodieke oplossingen in reactie-diffusiesystemen. *(Dit proefschrift, hoofdstuk 6.)*

7. De Hopf en belly dance destabilisatiemechanismen vinden in elk langzaam-niet-lineair reactie-diffusiesysteem met twee componenten plaats. *(Dit proefschrift, hoofdstuk 6.)*

8. Het hangt van de langzaam-niet-lineaire termen af of de homocliene limiet de laatste ‘periodieke’ pulsoplossing is die haar stabiliteit verliest. *(Dit proefschrift, hoofdstuk 6.)*

9. Technieken voor partiële differentiaalvergelijkingen worden vaak ontwikkeld in de context van specifieke prototypesystemen, wat de leesbaarheid van artikelen ten goede komt. De schaduwzijde hiervan is dat er vaak geclaimd wordt dat deze technieken breder toepasbaar zijn, maar dit niet wordt geverifieerd.

10. In de wiskunde is, net zoals bij sport, aanleg alleen onvoldoende om de top te bereiken.

11. Het werk van een wiskundige kan bijna nooit direct in de praktijk toegepast worden. Toch vinden veel oplossingen voor problemen uit de praktijk hun oorsprong in de wiskunde.

12. Er is geen duidelijk onderscheid te maken tussen fundamenteel en toegepast onderzoek. Het is een kwestie van perspectief.