



Universiteit
Leiden
The Netherlands

Solitary Waves and Fluctuations in Fragile Matter

Upadhyaya, N.

Citation

Upadhyaya, N. (2013, November 5). *Solitary Waves and Fluctuations in Fragile Matter*. *Casimir PhD Series*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/22138>

Version: Not Applicable (or Unknown)

License: [Leiden University Non-exclusive license](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/22138>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/22138> holds various files of this Leiden University dissertation.

Author: Upadhyaya, Nitin

Title: Solitary waves and fluctuations in fragile matter

Issue Date: 2013-11-05

SAMENVATTING

Dit* proefschrift is gewijd aan het onderzoek naar energietransport en fluctuaties in simpele modellen van *fragiele* materie: een unieke toestand van materie met een verwaarloosbaar lineair-respons regime, omdat een of beide elastische moduli (schuifmodulus, bulkmodulus) vrijwel nul zijn. Dat heeft tot gevolg dat zelfs de kleinste verstoringen zich als niet-lineaire golven voortplanten. Bovendien hebben de meeste modellen van fragiele materie een vormloze structuur. Het is de interactie van de niet-lineaire golven met de onderliggende wanorde en de resulterende fluctuaties dat het verbindende thema vormt van dit proefschrift.

Het blijkt dat er twee verschillende mechanismen zijn die leiden tot fragiliteit: een lokaal mechanisme, waarbij de interactiepotentiaal tussen deeltjes zodanig is dat men niet kan expanderen rond een minimum om zo een veerconstante te kunnen definiëren, en een tweede, globaal mechanisme, waarbij de respons van het systeem als geheel zwak lineair is.

Als model van het eerste type beschouwen we een tweedimensionale schikking van zachte, wrijvingloze elastische schijven die hun naaste burens net aanraken. Dientengevolge wordt hun interactiepotentiaal gegeven door de niet-lineaire wet van Hertz zonder harmonisch deel. Voor een schikking in deze staat is de bulkmodulus verwaarloosbaar klein en leiden de kleinste compressies uitgeoefend op de randen, al tot niet-lineaire solitaire golven.

Als model van het tweede type nemen we een (tweedimensionaal) willekeurig netwerk van harmonische veren, waarbij elke knoop gemiddeld ongeveer vier naaste burens heeft. Ondanks dat de interactie harmonisch is, heeft het netwerk een verwaarloosbaar kleine schuifmodulus. Daardoor brengt zelfs de kleinste schuif niet-lineaire golven voort. Er zijn veel belangrijke overeenkomsten en verschillen tussen de aard van de niet-lineaire golven en de rol van disorde in de twee beschreven modellen, die we geleidelijk beginnen te begrijpen.

In hoofdstukken 2-4 concentreren we ons op modellen van het eerste type, waarbij we tweedimensionale schikkingen van

* Many thanks to Thomas Beuman for generously summarizing the text in Dutch.

zachte elastische en wrijvingloze schijven beschouwen, zodanig dat bij een overlap de twee schijven interageren volgens een niet-lineaire potentiaal als gegeven door de wet van Hertz. We beginnen ons onderzoek door eerst een geordende hexagonale schikking van deze schijven te beschouwen. We vinden dat een stoot aan een van de randen leidt tot niet-lineaire solitaire golven, die beschreven kunnen worden door een eendimensionale Nesterenko bewegingsvergelijking, waarvan de solitaire-golfoplossingen bekend zijn. We introduceren dan een simpel model voor wanorde door een overgang te creëren tussen twee hexagonale schikkingen, met verschillende massa's van de deeltjes in elk, en bestuderen de interactie van de solitaire golf met de scheidslijn, met behulp van een combinatie van simulaties en simpele analytische modellen, in het bijzonder door gebruik te maken van een quasideeltjes benadering voor de solitaire golf.

Vervolgens bekijken we de voortplanting van de solitaire golf in een hexagonale schikking met een willekeurige massa verdeling. We zien dat de wanorde effectief een bron van viscositeit is, met als gevolg dat de amplitude van de solitaire golf afneemt terwijl deze zich door het medium voortbeweegt. Voor een kleine variantie in de massa distributie vinden we twee verschillende domeinen van verzwakking: in eerste instantie een exponentiële afname, gevolgd door een langere periode met een afname volgens een machtsverband. We kunnen de exponentiële afname begrijpen met behulp van de quasideeltjes benadering. De afname in het regime met het machtsverband, echter, wijst op een nieuw domein waarin een ruimtelijk lokale, voortschrijdende solitaire golf niet meer bestaat. In plaats daarvan zien we de opkomst van een nieuw type zwak niet-lineair, schokachtig, front, waarvan de amplitude afneemt volgens een machtsverband.

Dit geeft ons een eerste aanknopingspunt met de natuurkunde van energie-afname in een zeer wanordelijk medium, zoals een hexagonale schikking met een grote variantie in de massa distributie of geblokkeerde structuurloze schikkingen van zachte wrijvingloze schijven. In beide gevallen gaat een initiële stoot spoedig over in een driehoeksvormig schokfront, waarvan de amplitude afneemt volgens een machtsverband, in een mate die niet afhangt van de hoeveelheid wanorde.

De afname van de impuls heeft enkele verrassende implicaties. We vinden dat de wanorde ervoor zorgt dat de energie, oorspronkelijk gelokaliseerd in een stoot, verspreid raakt over de structuurloze schikking (van eindige grootte). Dientengevolge

zullen, in een systeem zonder intrinsiek mechanisme om energie te dissiperen, de deeltjes permanent fluctueren. Dit stellen wij ons voor als een granulaire analogie van temperatuur, waarbij de passage van de impuls effectief de structuurloze schikking vloeibaar maakt, en de energie van de oorspronkelijke stoot de rol speelt van temperatuur. Dit heeft tot gevolg dat de mechanische toestand die nu ontstaat een eindige bulkmodulus heeft (we begonnen met een structuurloze schikking met een verwaarloosbaar kleine bulkmodulus).

In hoofdstuk 5 bestuderen we een simpel ééndimensionale model voor fragiele materie dat expliciet is gekoppeld aan een bron van thermische fluctuaties. Als het simpelste model nemen we een ééndimensionale keten van niet-lineaire veren gekoppeld aan een thermisch bad. We bekijken de voortplanting van een impuls door deze ketting en vinden dat de dynamiek van het solitaire-golf quasideeltje beschreven kan worden als dat van een Brown's soort deeltje.

In hoofdstukken 6-7 verleggen we de aandacht naar een model van fragiele materie van het tweede type, namelijk, een tweedimensionaal wanordelijk netwerk van harmonische veren, waarbij het verlies van rigiditeit (verwaarloosbare schuifmodulus) een collectief fenomeen is. Door een rand van het systeem uniform te verschuiven bestuderen we de dynamiek van de diffunderende en voortschrijdende schuiffronten. We zien in de beginfase een superdiffusieve verspreiding van de energie, weg van de rand. Maar na een zekere, kritieke tijd gaat de superdiffusieve verspreiding over in een lopend schuiffront, waarvan de breedte blijft toenemen. De disorde in deze netwerken komt dus direct tot uitdrukking in de zeer grote breedtes van deze voortschrijdende schuiffronten.

Voor snelle verschuivingen zien we het begin van niet-lineaire voortplanting van fronten. Ondanks dat we een constante flux van energie aan de rand hebben, zien we geen regelmatig voortplantende niet-lineaire fronten. In plaats daarvan blijven de fronten zich superdiffusief verspreiden in het niet-lineaire domein, terwijl de verschuivingsnelheid de snelheid van de voortschrijdende front bepaalt. De superdiffusieve verspreiding, in zowel het lineaire als het niet-lineaire domein, vertoont zeer interessante gelijkenissen met de aard van de vloeibare toestanden die we vonden voor de structuurloze schikkingen van schijven die interageren volgens de Hertz potentiaal, en is consistent met meer algemene transport eigenschappen van vloeistoffen in lagere dimensies.

Ten slotte eindigen we met enkele initiële observaties omtrent het ontstaan van rigiditeit in willekeurige veernetwerken, als een wisselwerking tussen de netwerkgeometrie en de koppeling aan een bron van quantum- en thermische fluctuaties.