



Universiteit
Leiden
The Netherlands

Solving multiplication and division problems: latent variable modeling of students' solution strategies and performance

Fagginger Auer, M.F.

Citation

Fagginger Auer, M. F. (2016, June 15). *Solving multiplication and division problems: latent variable modeling of students' solution strategies and performance*. Retrieved from <https://hdl.handle.net/1887/40117>

Version: Not Applicable (or Unknown)

License: [Licence agreement concerning inclusion of doctoral thesis in the Institutional Repository of the University of Leiden](#)

Downloaded from: <https://hdl.handle.net/1887/40117>

Note: To cite this publication please use the final published version (if applicable).

Cover Page



Universiteit Leiden



The handle <http://hdl.handle.net/1887/40117> holds various files of this Leiden University dissertation.

Author: Fagginger Auer, M.F.

Title: Solving multiplication and division problems: latent variable modeling of students' solution strategies and performance

Issue Date: 2016-06-15

Nederlandse samenvatting

De afgelopen decennia zijn de prestaties van leerlingen aan het einde van de basisschool bij bewerkingen met vermenigvuldigen en delen sterk gedaald (J. Janssen et al., 1999, 2005; Scheltens et al., 2013). Het gaat hierbij om opgaven met grotere getallen en kommagetallen, zoals 23×56 en $31.2 \div 1.2$. Deze prestatiedaling ging samen met een verandering in de strategieën die leerlingen gebruiken om dergelijke opgaven op te lossen: het gebruik van relatief accurate algoritmes (zoals de staartdeling) nam af, terwijl het relatief inaccurate beantwoorden van opgaven zonder daarbij een berekening op te schrijven toenam (Fagginger Auer et al., 2013; Hickendorff et al., 2009; Van Putten, 2005). De verschuiving in strategiegebruik lijkt daarmee (deels) de waargenomen prestatiedaling te verklaren. In dit proefschrift wordt getracht meer inzicht te krijgen in deze ontwikkelingen (en hoe ze mogelijk ten goede te keren) door de factoren die invloed hebben op het rekenstrategiegebruik en de prestaties van leerlingen te onderzoeken. Ook wordt er dieper ingegaan op de statistische technieken die bij dergelijk onderzoek kunnen worden gebruikt.

Strategiegebruik is een belangrijk onderzoeksgebied binnen de cognitieve psychologie en speelt een rol bij zeer diverse taken en ontwikkelingsfasen (Siegler, 2007): bijvoorbeeld de manieren waarop peuters een speeltje proberen te pakken dat buiten hun bereik ligt, waarop basisschoolkinderen woorden spellen, en waarop oudere kinderen transitieve redeneerproblemen oplossen. Een populair onderwerp van onderzoek zijn rekenstrategieën. Vaak worden strategieën onderzocht voor relatief simpele optel-, aftrek-, vermenigvuldig- en deelopgaven met getallen onder de 100 die worden onderwezen in de lagere groepen van de basisschool (zie bijvoorbeeld Barrouillet et al., 2008; Blöte et al., 2001; Mulligan & Mitchelmore, 1997), maar er bestaat minder onderzoek naar strategiegebruik voor complexere opgaven. Dit strategiegebruik is juist interessant omdat er bij dit soort opgaven vaak veel verschillende aanpakken mogelijk zijn. De adaptiviteit (Lemaire & Siegler, 1995)

van de keuzes die leerlingen maken tussen die verschillende aanpakken is heel belangrijk: kiest de leerling de strategie die voor hem of haar het meest geschikt is voor de opgave? De accuratesse (kans op een goed antwoord) en snelheid van de verschillende mogelijke strategieën voor een leerling zijn hierbij belangrijk (Siegler & Shipley, 1995), maar ook de socioculturele context waarin de strategie wordt gebruikt (Verschaffel et al., 2009).

Het belang van strategiekeuzes in het rekenonderwijs is in de loop der jaren toegenomen. Zoals beschreven door de Koninklijke Nederlandse Academie van Wetenschappen (KNAW; 2009), schokte de lancering van de satelliet Spoetnik door de Sovjet-Unie in 1957 het Westen en volgden daarop hervormingen van het onderwijs die moesten zorgen voor snellere technologische vooruitgang. De uitwerking van deze hervormingen verschilde per land, maar een belangrijk aspect was verminderde nadruk op algoritmes gezien de opkomst van computers en rekenmachines. In Nederland ontstond het 'realistisch rekenen', met vijf karakteristieke grondprincipes (Treffers, 1987b): het zelf kennis construeren door leerlingen; het gebruik van modellen en schema's; reflectie van leerlingen op hun eigen producties; leren van elkaar door interactie; en het stimuleren van het ontdekken van verbanden binnen de leerstof. Zo nam dus de nadruk op een vaste algoritmische aanpak af en werden de vele informele strategieën van leerlingen belangrijker. In 2002 waren er alleen nog realistische rekenboeken voor het basisonderwijs op de markt (KNAW, 2009; inmiddels is er een meer traditioneel georiënteerde methode bijgekomen).

Naast de verscheidenheid aan informele strategieën die in het realistisch rekenen wordt benadrukt, werd er ook een nieuwe, niet-cijferende aanpak met vaste stappen en een schematische notatie geïntroduceerd, als tussenvorm tussen hoofdrekenen en cijferen: het kolomsgewijs rekenen (Treffers, 1987a). Bij deze kolomsgewijze algoritmes blijft de getalwaarde van de cijfers intact (bijvoorbeeld dat bij 23×56 de 2 voor 20 staat), wat bij cijferen niet het geval is. Met de opkomst van het realistisch rekenen nam dan ook het gebruik van cijferalgoritmes af. Het gebruik van kolomsgewijze algoritmes en strategieën met een minder formele notatie nam echter niet in dezelfde mate toe: in plaats daarvan was er een grote toename van het aantal opgaven dat werd beantwoord zonder dat daarbij een berekening werd genoteerd (Fagginger Auer et al., 2013; Hickendorff et al., 2009). Vervolgonderzoek liet zien dat leerlingen in dit geval veelal hoofdrekenen (Hickendorff et al., 2010). Antwoorden zonder schriftelijke uitwerking bleken veel minder vaak goed dan antwoorden met uitwerking, en verschuivingen in het strategiegebruik tussen nationale peilingen van het rekenniveau in 1997 en 2004 gingen dan ook samen met

een sterke prestatiedaling (Hickendorff et al., 2009). Tussen 2004 en 2011 bleef het strategiegebruik grotendeels stabiel en bleven de prestaties op het lage niveau van 2004 (Fagginger Auer et al., 2013; Scheltens et al., 2013).

Opzet van dit proefschrift

Naar aanleiding van deze ontwikkelingen richt dit proefschrift zich op onderzoek naar de factoren die het strategiegebruik en de prestaties van groep-8-leerlingen bij het oplossen van vermenigvuldig- en deelopgaven beïnvloeden. Zowel de invloed van de instructie die leerlingen krijgen (dagelijks in de klas en bij speciale interventies) als van kenmerken van leerlingen en leerkrachten wordt onderzocht. Dit onderzoek wordt op twee manieren uitgevoerd: door middel van aanvullende analyses van bestaande data van een grote nationale rekenpeiling van Cito (Scheltens et al., 2013) en door middel van experimenten op basisscholen.

De eerste aanpak - aanvullende analyses van peilingsdata - wordt gebruikt in hoofdstuk 2 en 3, waar respectievelijk het strategiegebruik en de prestaties van groep-8-leerlingen worden gerelateerd aan kenmerken van de leerlingen en aan rapportages van de leerkrachten van deze leerlingen over de inhoud van hun rekenlessen. De rekenpeilingsdata die wordt gebruikt in deze hoofdstukken zorgt voor verschillende statistische complicaties: het grote aantal items in de leerkrachtvragenlijst; de multilevelstructuur van de data (opgaven, leerlingen, leerkrachten); het nonimale meetniveau van de strategieën; en het zogenaamde 'onvolledige design' van de peiling, waarbij elke leerling slechts een klein deel van de grote totale itemset maakt. Met latente-variabele-modellen wordt hiervoor een oplossing gezocht. In hoofdstuk 2 wordt een eerste toepassing van multilevel latente-klassen-analyse (MLCA; Vermunt, 2003) op peilingsdata beschreven en in hoofdstuk 3 wordt een nieuwe combinatie van LASSO-penaliserende (Tibshirani, 1996) en explanatory item-respons-theorie (IRT; De Boeck & Wilson, 2004) geïntroduceerd.

De tweede aanpak - experimenteel onderzoek op basisscholen - wordt gebruikt in hoofdstuk 4 en 5. Terwijl met de eerste aanpak alleen de samenhang tussen instructie en uitkomsten in kaart kan worden gebracht (correlationele verbanden), kan met de tweede aanpak daadwerkelijk worden onderzocht wat de gevolgen zijn van instructiepraktijken (causale verbanden). De nadruk ligt bij de experimenten qua strategieën op het wel versus niet noteren van berekeningen, vanwege het eerder beschreven grote verschil in prestaties tussen schriftelijke en hoofdrekenstrategieën, en op de effecten van de leerkracht en van leerlingkenmerken. In hoofdstuk 4

wordt met een choice/no-choice-experiment (Siegler & Lemaire, 1997) onderzocht of leerlingen beter presteren wanneer ze worden geïnstrueerd berekeningen op te schrijven en in welke mate ze verstandige (adaptieve) keuzes maken tussen wel en niet berekeningen opschrijven wat betreft accuratesse en snelheid. In hoofdstuk 5 wordt het effect van een training in het opschrijven van berekeningen op spontane strategiekeuzes en prestaties onderzocht. Dit wordt gedaan door verschillen hierin voor en na de training te meten (pretest-posttest-design) bij drie groepen leerlingen: een groep die de training krijgt, een groep die een controletraining krijgt en een groep die geen training krijgt.

Tenslotte wordt in hoofdstuk 6 met een experiment onderzoek gedaan naar de vergelijkbaarheid van resultaten verkregen met de aanpak in hoofdstuk 2 en 3 en de aanpak in hoofdstuk 4 en 5. Er wordt hierbij gekeken naar de mate waarin strategiegebruik en prestaties vergelijkbaar zijn wanneer verschillende soorten rekenopgaven door elkaar gemengd worden afgenomen (zoals doorgaans bij peilingen en in de onderwijspraktijk) versus wanneer alleen maar opgaven van één type worden afgenomen (zoals vaak bij experimenten). Er zou sprake kunnen zijn van verschillen door de cognitieve kosten van het wisselen tussen taken (Kiesel et al., 2010) en door perseveratie in het gebruik van strategieën (Lemaire & Lecacheur, 2010; Luwel, Schillemans, et al., 2009).

Bevindingen

Deze onderzoeken hebben geresulteerd in verschillende bevindingen over het strategiegebruik en de prestaties van leerlingen en de methoden die kunnen worden gebruikt om dit te onderzoeken.

Strategiegebruik en prestaties

Ongeveer een derde deel van de leerlingen bleek voornamelijk opgaven te beantwoorden zonder daarbij berekeningen te noteren, terwijl een vijfde deel vooral cijferalgoritmes gebruikte (hoofdstuk 2). Om tegemoet te komen aan de opmerkingen van Van den Heuvel-Panhuizen, Robitzsch, Treffers en Köller (2009) werd in de overige 'realistische' oplossingen verder onderscheid gemaakt tussen kolomsgewijze algoritmes en meer informele, non-algoritmische schriftelijke strategieën. Net als in eerder onderzoek (Hickendorff, 2013; Hickendorff et al., 2009, 2010; Van Putten, 2005) bleken leerlingen een veel grotere kans te hebben op een goed antwoord wanneer zij wel dan wanneer zij niet een berekening noteerden (hoofdstuk 3, 4 en 5).

Binnen de schriftelijke strategieën bleken de cijferende en kolomsgewijze algoritmes vergelijkbaar in hun accuratesse, terwijl non-algoritmische strategieën wat minder accuraat leken (hoofdstuk 3).

De dagelijkse onderwijspraktijken van leerkrachten bleken vooral samen te hangen met de keuzes die leerlingen maken tussen schriftelijke strategieën, en minder met de keuzes tussen schriftelijke en hoofdrekenstrategieën (hoofdstuk 2, 4 en 5). Daarmee lijkt het indirecte effect van die praktijken op prestaties via strategiegebruik beperkt. Wel bleken speciale interventies gericht op strategieën de prestaties en strategiekeuzes van zwakkere rekenaars positief te kunnen beïnvloeden, zowel op de korte termijn (als leerlingen werden geïnstrueerd hun berekeningen op te schrijven; hoofdstuk 4) als op de wat langere termijn (als leerlingen over een langere periode werden getraind met het doel hun spontane strategiekeuzes en prestaties te veranderen; hoofdstuk 5). Er werd ook een direct, positief effect van de hoeveelheid klassikale instructie op prestaties gevonden (hoofdstuk 3).

Kenmerken van leerlingen bleken sterk samen te hangen met het kiezen voor hoofdrekenen: dit werd vaker gedaan door jongens (vooral in plaats van het gebruiken van algoritmes) en door zwakkere rekenaars (hoofdstuk 2, 5 en 6). Hoofdrekenen bood een groter snelheidsvoordeel ten opzichte van schriftelijke strategieën voor jongens dan voor meisjes en was extra inaccuraat voor zwakkere rekenaars (hoofdstuk 4). Deze zwakkere rekenaars bleken op basis van hun prestaties met schriftelijke en hoofdrekenstrategieën ook niet altijd verstandige keuzes tussen deze twee aanpakken te maken, terwijl sterkere rekenaars niet per se (direct) baat hebben bij gedwongen worden hun berekeningen op te schrijven (hoofdstuk 4). Motivatie lijkt een rol te spelen bij keuzes voor hoofdrekenen (hoofdstuk 5).

Het wel of niet mengen van deelopgaven met andere opgaven hing niet samen met het strategiegebruik en de prestaties van leerlingen (hoofdstuk 6).

Methoden

Deze conclusies over het strategiegebruik en de prestaties van leerlingen werden getrokken met behulp van analyses van de data met latente-variabele-modellen. In deze modellen worden de responsen van leerlingen op opgaven (goed/fout of de gebruikte strategie) gemodelleerd als zijnde afhankelijk van een niet-geobserveerde (dus latente) variabele. Bij item-respons-modellen is deze latente variabele een continue schaal waarop je hoger of lager kan scoren, die bijvoorbeeld kan staan voor rekenvaardigheid. Bij latente-klassen-modellen is de latente variabele categorisch en bestaat hij uit verschillende groepen met elk een karakteristiek responspatroon

op een reeks items, bijvoorbeeld groepen leerlingen die elk een specifiek patroon van strategiekeuzes hebben. Deze modellen kunnen op een beschrijvende manier worden gebruikt, als er bijvoorbeeld alleen interesse is in wat de rekenvaardigheidsscore van individuele leerlingen is, maar ook op een verklarende manier, waarbij de scores op de latente variabele worden verklaard aan de hand van andere variabelen. Dit laatste stond centraal in dit proefschrift: er werd steeds gekeken naar hoe instructiepraktijken en leerlingkenmerken samenhangen met rekenvaardigheid en met de kans om in een bepaalde latente strategieklasse te komen.

Latente-variabele-modellen werden in dit proefschrift op veel verschillende manieren toegepast, waarvan sommige manieren nieuw waren. Zo worden in latente-klassemodellen meestal maar twee niveaus (bijvoorbeeld opgaven en leerlingen) gemodelleerd, maar in hoofdstuk 2 werd een eerste toepassing van multilevel-latente-klasseanalyse (met een extra niveau voor de leerkrachten) op peilingsdata beschreven. In hoofdstuk 3 werd een nieuwe combinatie van item-respons-theorie met verklarende variabelen voor de rekenscores (explanatory IRT) met LASSO-penalisatie geïntroduceerd. Deze penalisatie is een manier om uit een grote groep voorspellende variabelen de variabelen te selecteren die het sterkst samenhangen met de uitkomstvariabele (rekenscores in dit geval). Deze nieuwe toepassingen werden gedaan op peilingsdata, waarvoor vaker latente-variable-modellen worden gebruikt vanwege de uitdagingen die dit type data biedt. In hoofdstuk 4, 5 en 6 werden de modellen ook ingezet voor de data van de experimenten en ze boden daar ook belangrijke voordelen, bijvoorbeeld bij het modelleren van de groei in prestaties bij het trainingsonderzoek (hoofdstuk 5).

Naast deze statistische methoden stond ook een andere methodologische benadering in dit proefschrift centraal: het in kaart brengen van het strategiegebruik van leerlingen aan de hand van de berekeningen die ze hebben genoteerd. Zoals besproken door Fagginger Auer, Hickendorff en Van Putten (2015), wordt strategiegebruik normaal vaak bepaald door de gebruikers van de strategieën daar verbaal over te laten rapporteren. Dit rapporteren kan echter het strategiegebruik zelf beïnvloeden, en het verzamelen van de rapportages is erg arbeidsintensief en vereist de aanwezigheid van een getrainde interviewer. Het noteren van berekeningen is daarentegen een natuurlijk onderdeel van het oplossen van opgaven en de berekeningen kunnen op grote schaal worden verzameld, waarna achteraf kan worden bepaald welke strategieën zijn gebruikt. Een belangrijk nadeel van het gebruiken van berekeningen is wel dat in het geval van het ontbreken van genoteerde berekeningen onbekend blijft wat een leerling precies heeft gedaan.

Dit proefschrift als geheel genomen illustreert een meer algemeen toepasbare methode voor onderwijsonderzoek. Het bouwt voort op bevindingen bij onderwijspeilingen en bestaat uit aanvullende analyses van bestaande peilingsdata en daarop gebaseerd experimenteel vervolgonderzoek. Deze aanpak combineert het beste van twee werelden: de grote hoeveelheid data van een grote, representatieve steekproef van een rekenpeiling wordt gebruikt om factoren te vinden die gerelateerd zijn aan onderwijsopbrengsten, en de causaliteit van die relaties kan vervolgens worden vastgesteld met gericht experimenteel vervolgonderzoek, dat mogelijk resulteert in interventies waar de onderwijspraktijk baat bij heeft. Er is nationaal en internationaal een grote hoeveelheid bestaande peilingsdata die nog beter kan worden benut door er aanvullende analyses op uit te voeren. De besproken multilevel-latente-klassen-analyse en variaties van item-respons-theorie-modellen kunnen worden gebruikt om de complexe peilingsdata te analyseren, evenals de data van vervollexperimenten. En ten slotte, om af te sluiten met het centrale thema van dit proefschrift: de oplossingsstrategieën van leerlingen kunnen veelal worden afgeleid uit beschikbaar schriftelijk werk en zijn een cruciaal onderdeel van hoe leerlingen rekenen, dus deze opnemen in onderwijsonderzoek is zowel relatief eenvoudig als essentieel voor het verkrijgen van een compleet beeld van het leren van leerlingen.

