

# Van kogelbaan tot hinkelbaan: elektronen als interfererende kaatsballen

H. van Houten, B.J. van Wees en C.W.J. Beenakker

Quantum-ballistisch transport van elektronen in twee-dimensionale elektronengassen is een fascinerend nieuw terrein van onderzoek. In dit artikel komen het quantum-puntcontact, de onderdrukking van het Hall-effect in nauwe kanalen en coherente focussing van elektronen aan bod.

## Inleiding

Elektrische weerstand in een metaal is het gevolg van verstrooiing van de geleidingselektronen aan het Fermi-oppervlak. In zeer zuivere metalen bij lage temperaturen kunnen de geleidings-elektronen echter grote afstanden afleggen voor ze verstrooid worden aan een roostertrilling, een verontreiniging, een korrelgrens of enig ander defect. Elektrisch transport lijkt dan heel eenvoudig: elektronen bewegen *ballistisch* als kanonskogels met de Fermi-snelheid, totdat ze botsen met de wand van het preparaat, waar ze spiegelend verstrooid worden bij voldoende gladde wand. In ballistisch transport door een nauw kanaaltje tussen twee brede geleidende gebieden is weerstand dan zuiver het gevolg van de terugkaatsing van elektronen aan de kanaalingang; zie *fig. 1*. In de metaalfysica staat deze constrictieweerstand bekend als de puntcontactweerstand van Sharvin<sup>[1]</sup>.

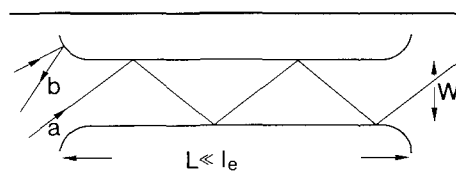
Het beeld van elektronen als kanonskogels is in het algemeen te simpel: elektronen hebben zowel een golf- als een deeltjeskarakter. De De Broglie-golflengte voor elektronen met de Fermi-snelheid  $v_F$  wordt gegeven door  $\lambda_F = h/mv_F$ . Manifestaties van het golfkarakter van de elektronen kunnen verwacht worden zodra de breedte van het kanaaltje in *fig. 1* van dezelfde orde van grootte wordt als  $\lambda_F$ . Voor metalen is dit niet goed te verwezenlijken, aangezien  $\lambda_F$  zeer klein is (van de orde van 0,5 nm).

Wij zijn er kort geleden in geslaagd om puntcontacten te maken in een twee-dimensionaal elektronengas (2-DEG)<sup>[2]</sup>, in een GaAs-AlGaAs heterostructuur met zeer hoge elektronbeweeglijkheid, gegroeid met behulp van molecuulbundel-epitaxie; zie *fig. 2*. Elektronen in zo'n elektronengas kunnen zich slechts vrij bewegen in een vlak. Het 2-DEG biedt ons de mogelijkheid om quantum-ballistisch transport te onderzoeken, aangezien de golflengte  $\lambda_F \approx 40$  nm is,

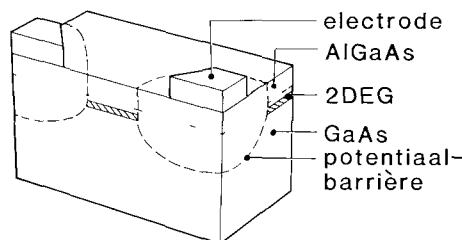
bijna honderd keer zo groot is als in een metaal. Deze golflengte is binnen het bereik van moderne nano-lithografische technieken. Er zijn nog andere belangrijke voordelen aan de GaAs-AlGaAs heterostructuur verbonden. We noemen het simpele Fermi-oppervlak (een cirkel), en de mogelijkheid om met behulp van een instel-elektrode ('gate') constricties met variabele breedte en elektronendichtheid te maken. Ten slotte is de twee-dimensionaliteit een sterk vereenvoudigende factor.

Het quantum-ballistische transportregime dat in deze structuren toegankelijk is, kan vergeleken worden met de fysische optica, denk bij voorbeeld aan de voortplanting van monochromatisch licht in een multi-modevezel of van microgolven in golfpijpen; deze analogie is uitgewerkt in *Tabel 1*. We willen echter benadrukken dat de beschrijving in termen van golven en van deeltjes elkaar aanvullen, net als dat in de fysische en geometrische optica het geval is. We zullen dan ook veelvuldig teruggrijpen op het klassieke beeld van elektronen.

We merken nog op dat analogieën tussen quantumtransport en optische verschijnselen niet voorbehouden zijn aan ballistisch transport. Als mooi voorbeeld kan genoemd worden de waarneming van zwakke lokalisatie van licht in een wanordelijk medium door Van Albada en Lagendijk<sup>[3]</sup>, geïnspireerd door eerdere experimenten aan zwakke lokalisatie van elektronen in de vaste stof in het diffusieve transportgebied. Een ander voorbeeld, het Sagnac-effect in een roterend systeem, is onlangs door Lenstra, Kamp en Van Haeringen<sup>[4]</sup> in dit tijdschrift besproken. Het benadrukken van dergelijke analogieën is nuttig, omdat zo nieuwe ideeën tot stand kunnen komen, en ook omdat bij het ontwikkelen van de semi-klassieke beschrijving van quantum-transportverschijnselen gedeeltelijk gesteund kan worden op de beschikbare theorie van optische interferentie.



**Fig. 1.** Ballistisch transport van elektronen treedt op als de vrije weglengte  $l_e$  veel groter is dan de afmetingen van een kanaaltje (puntcontact). Weerstand wordt veroorzaakt door de vernauwing aan de ingang van het kanaal: elektronen op baantjes van type *a* kaatsen door de constrictie, maar baantjes van type *b* worden gereflecteerd.



**Fig. 2.** Schematische weergave van het preparaat. Het 2-DEG bevindt zich in de GaAs-laag aan het grensvlak met de AlGaAs-laag. De breedte van de constrictie kan tussen ca. 300 nm en nul worden ingesteld met de spanning op de tweedelige instelektrode ('gate'). Daaronder ontstaan in het GaAs gedepleteerde gebieden, het kanaal is de ruimte ertussen.

**Tabel 1.** Vergelijking van de situatie van elektronen in een nauw kanaal met microgolven in een golfpijp

Microgolfpijp	Elektronengolfpijp
mode	⇔ subband
mode-index	⇔ quantumgetal $n$
golfgetal $k$	⇔ (canonieke) impuls $\hbar k$
frequentie $\omega$	⇔ energie $\epsilon = \hbar \omega$
dispersierelatie $\omega(k)$	⇔ bandstructuur $\epsilon_n(k)$
monochromatische golfstralen	⇔ gedegeneerd elektronengas ⇔ paden

In dit artikel zal eerst de gequantiseerde geleiding van het quantum-puntcontact besproken worden. De invloed van een magneetveld op ballistisch transport wordt dan toegelicht aan de hand van de theorie van quantumtoestanden van elektronen in een magneetveld. We zullen kort ingaan op een mogelijke theoretische verklaring van een door Roukes en anderen<sup>[5]</sup> waargenomen verschijnsel: de onderdrukking van het Hall-effect in nauwe kanalen<sup>[6]</sup>. Ten slotte bespreken we een experiment waarbij door een puntcontact elektronen in het elektronengas geïnjecteerd worden, die na magnetische focussing met een tweede puntcontact gedetecteerd kunnen worden<sup>[7]</sup>. Dit experiment geeft directe informatie over de wisselwerking van de elektronen met de rand van het 2-DEG. Bij lage temperaturen wordt fijnstructuur in het focussingsspectrum waargenomen. Het betreft hier een nieuw interferentieverschijnsel, dat aantoont dat quantum-puntcontacten

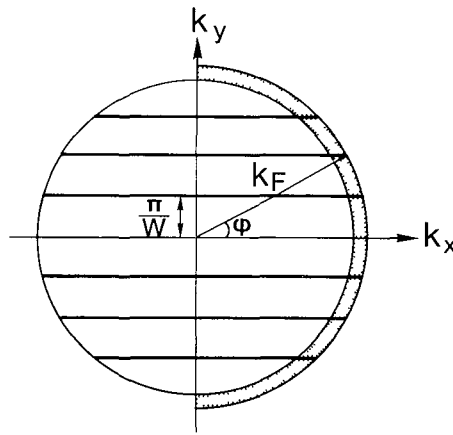
## Geleidingsquantisatie van het quantum-puntcontact

Het elektronengas in een metaal is gedegeneerd, en alleen elektronen aan het Fermi-niveau dragen aan de geleiding bij. Klassiek verwacht men dat de geleiding  $G \equiv 1/R$  van een ballistisch puntcontact in een twee-dimensionaal elektronengas lineair toeneemt met de breedte  $W$  volgens<sup>[2]</sup>

$$G = \frac{2e^2}{h} \frac{k_F W}{\pi}, \quad (1)$$

waarin de golfvector  $k_F$  aan de Fermi-snelheid gerelateerd is via  $k_F = mv_F/\hbar$ . Dit resultaat kan als volgt worden afgeleid. De elektron-distributiefunctie in de  $k$ -ruimte ter plaatse van de constrictie is geschetst in de figuur. De complete cirkel geeft de evenwichts-distributie weer: deze draagt netto geen stroom. Vanuit het linker stroomaanvoerende contact worden elektronen in de constrictie geïnjecteerd binnen een energie-interval  $\Delta\mu$  boven het Fermi-niveau, hetgeen correspondeert met het gearceerde gebied in de figuur. De stroom  $I$  in de constrictie met lengte  $L$  is gegeven door de elektronlading maal het aantal aanwezige excess-elektronen  $(WL)N_0\Delta\mu/2$ , gedeeld door hun verblijftijd in de constrictie  $L/v_F \cos \phi$ . Hierin is  $N_0 = m/\pi\hbar^2$  de toestandsdichtheid per oppervlakte-eenheid in het twee-dimensionale elektronengas (we onderstellen spin-ontaarding). De geleiding  $G \equiv Ie/\Delta\mu$  is dus  $G = (1/2)e^2 N_0 W \langle v_F \cos \phi \rangle$ , waarin de haakjes een gemiddelde over de hoek  $\phi$  aanduiden. Klassiek gezien zijn in de constrictie alle waarden voor  $\phi$  toegestaan, zodat we na middelen het resultaat (1) vinden.

De golflengte van de elektronen aan het Fermi-niveau is gegeven door  $\lambda_F = \hbar/mv_F = 2\pi/k_F$ . De geleidingsquantisatie van een quantum-puntcontact, waar  $\lambda_F$  van de zelfde orde van grootte als  $W$  is, hangt samen met de quantisatie van de impuls dwars op de constrictie. De horizontale lijnen in de figuur representeren eendimensionale elektrische subbanden (het deeltje-in-een-doos-probleem), met  $k_y = \pm n\pi/W$ ,  $n = 1, 2, \dots$   $N_c$ . Het totale aantal subbanden onder het Fermi-niveau  $N_c$  wordt gegeven door het gehele aantal malen dat de halve Fermi-golflengte op de breedte past ( $N_c$  is het grootste gehele getal kleiner dan  $k_F W/\pi$ ). De dispersierelatie behorende bij een subband is van de vorm  $\epsilon_n(k_x)$  met  $n$  de index van de subband en  $\hbar k_x$  de (canonieke) impuls langs het kanaal. De bijbehorende groepssnelheid is  $v_n = \partial\epsilon_n/\partial\hbar k_x$ , en de toestandsdichtheid voor rechtsgaande toestanden is  $\rho_n = (\pi\partial\epsilon_n/\partial\hbar k_x)^{-1}$  (beide aan het Fermi-niveau geëvalueerd).



Distributie in de  $k$ -ruimte van elektronen in het puntcontact. Er loopt een stroom doordat meer elektronen zich naar rechts bewegen. Klassiek wordt de stroom gedragen door het gearceerde gedeelte, quantummechanisch door de subbanden corresponderend met de horizontale lijnen. Quantisatie van de geleiding treedt op doordat elke subband evenveel stroom draagt (het verlies aan voorwaartse impuls voor grote  $k_x$ -waarden wordt gecompenseerd door het grotere aantal elektronen dat meedoet).

Doordat de van  $n$  afhankende factoren tegen elkaar wegvallen, draagt elke subband een zelfde stroom  $ev_n \rho_n \Delta\mu = (2e/h)\Delta\mu$ , onafhankelijk van de subbandindex. Dit is de kern van de verklaring van het effect. Gebruikmakend van de definitie van  $G$  vinden we:

$$G = (2e^2/h)N_c. \quad (2)$$

In de klassieke limiet, en in afwezigheid van een magneetveld, is  $N_c = k_F W/\pi$ , zodat we vgl. (1) weer terugvinden. Vgl. (2) is echter ook geldig in een magneetveld, waarbij  $N_c$  dan het aantal magnetische niveaus in de constrictie is.

Deze semi-klassieke afleiding wordt ondersteund door een quantummechanisch resultaat: de formule van Landauer<sup>[9]</sup>. Voor de tweepuntsgeleiding luidt deze:

$$G = (2e^2/h)\text{Tr } t t', \quad (3)$$

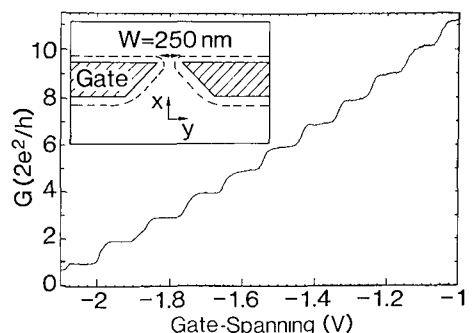
waarin  $t$  een  $n \times n$ -transmissiematrix is ( $n$  is weer het aantal subbanden, of golfpijpmodes). Voor een perfecte geleider (dus voor ballistisch transport) is  $t$  de eenheidsmatrix, zodat we vgl. (2) weer vinden. We merken op dat de oorspronkelijke formule van Landauer voor een enkele subband van de vorm  $(2e^2/h)T/(1-T)$  is, met  $T$  de transmissie-waarschijnlijkheid. Het feit dat vgl. 3 (in tegenstelling tot de oorspronkelijke formule van Landauer) voor een perfecte geleider toch een eindige weerstand oplevert, heeft tot voor kort aanleiding gegeven tot verwarring in de literatuur. Het verschil is dat in vgl. (3) de fundamentele contactweerstand is opgenomen. Het is juist deze bijdrage die gequantiseerd is, en die we in ons experiment hebben waargenomen.

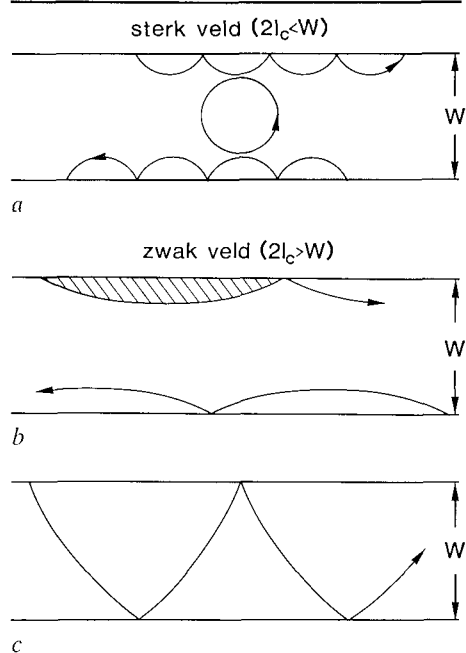
werken als een monochromatische puntbron (de golflengte is vergelijkbaar met de afmeting van het puntcontact).

## Geleiding door een quantum-puntcontact

Het quantum-puntcontact is een nauw en kort kanaaltje in een 2-DEG, waarvan de (instelbare) breedte vergelijkbaar is met  $\lambda_F$ . Klassiek verwacht men dat de geleiding van zo'n puntcontact lineair toeneemt met de breedte (zie het kader). Het experiment laat echter iets heel anders zien: zie fig. 3. De geleiding blijkt weliswaar toe te nemen als de instelspanning van  $-2$  V naar  $-1$  V gaat (hetgeen met een toename van de breedte van het puntcontact correspondeert), maar op een wel heel bijzondere manier. Er worden plateaus waargenomen, met gequantiseerde waarden gelijk aan gehele veelvouden van  $2e^2/h$ . Dit doet natuurlijk sterk denken aan het quantum-Hall-effect, maar deze metingen zijn verricht in afwezigheid van een magneetveld! We merken op dat deze resultaten inmiddels ook onafhankelijk zijn verkregen door de groep te Cambridge<sup>[8]</sup>. Wij interpreteren dit nieuwe quantum-effect als een directe manifestatie van de aanwezigheid van 1-dimensionale subbanden in de constrictie, corresponderend met quantisatie van de impuls loodrecht op het kanaal. Het effect berust op de fundamentele eigenschap dat de stroom gelijkelijk over de bezette subbanden verdeeld is (zie kader). Elke subband, of 'golfpijpmode', draagt  $2e^2/h$  aan de geleiding bij, zodat slechts het aantal subbanden van belang is<sup>[2]</sup>. Er zijn echter nog een aantal vragen die beantwoord moeten worden, zoals de rol van diffractie aan in- en uitgang van de constrictie en van de lengte van de constrictie. We zullen dat hier niet verder bespreken, maar gaan nu over tot de invloed van een magneetveld op het ballistische transport.

Fig. 3. De geleiding van een quantum-puntcontact voor  $B = 0$  als functie van de instelspanning (en daarmee de breedte). De inzet geeft een bovenaanzicht van de structuur. Een verklaring van de gequantiseerde geleiding wordt in het kader gegeven.

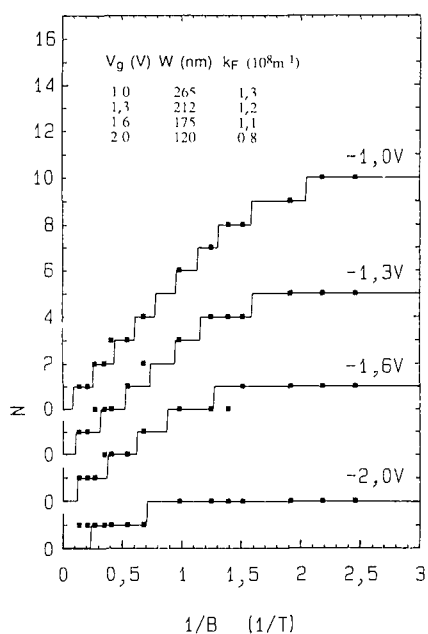




**Fig. 4.** Elektronenbanen aan het Fermi-niveau in een kanaal in een magneetveld. a) Voor sterke velden, als de cyclotronstraal kleiner is dan de kanaalbreedte, lopen elektronen in hinkelbaantjes aan de rand, of in cyclotronbaantjes in de bulk (Quantummechanisch corresponderen deze banen met resp. gequantiseerde randtoestanden en Landau-niveaus). b, c) Voor zwakkere velden verdwijnen Landau-niveaus ten gunste van magneto-elektrische toestanden die met overstekende baantjes corresponderen. De quantisatieconditie voor randtoestanden is dat het gearceerde oppervlak een geheel aantal fluxquanta  $h/e$  dient te omvatten.

### Geleiding door een quantum-puntcontact in een magneetveld

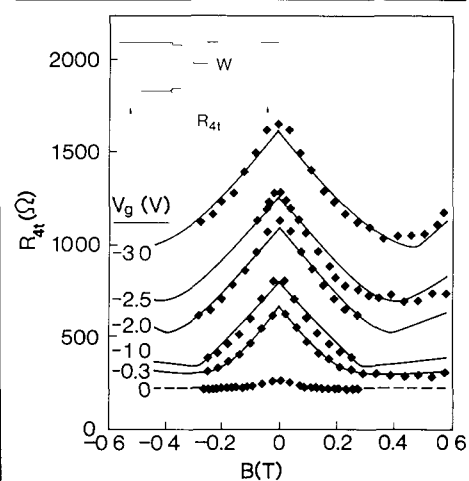
In een 2-DEG doorlopen elektronen in een magneetveld cirkelvormige banen, met de cyclotronstraal  $l_c = v_F/\omega_c$ , waarin  $\omega_c = eB/m$  de cyclotronfrequentie is. Zo'n beweging is natuurlijk alleen mogelijk als de cyclotronstraal  $2l_c$  kleiner is dan de breedte  $W$  van het kanaal. In de quantummechanica leidt elke periodieke beweging tot quantisatie. In dit geval ontstaan twee soorten quantumtoestanden: in het inwendige van het preparaat Landau-niveaus die corresponderen met cyclotronbanen, en aan de rand van het preparaat randtoestanden die corresponderen met zgn. 'skipping orbits', die we *hinkelbaantjes* zullen noemen; zie fig. 4a. Het aantal bezette Landau-niveaus is gelijk aan het aantal randtoestanden aan het Fermi-niveau en wordt gegeven door  $N_l = E_F/\hbar\omega_c = \pi l_c/\lambda_F$ . De stroom wordt in het ballistische regime gedragen door de randtoestanden, omdat de Landau-niveaus met een cirkelbeweging corresponderen. De hinkelbaantjes aan de twee randen van het preparaat lopen in tegenovergestelde richting. Een netto-stroom komt in dit beeld tot stand door ongelijke bezetting van links- en rechtsgaande randtoestanden.



**Fig. 5.** Het aantal subbanden als functie van het reciproke magneetveld voor een aantal waarden van de instelspanning  $V_g$ . Punten zijn direct uit de gequantiseerde geleiding van een puntcontact bepaald, de getrokken lijnen zijn berekend. De overgang van Landau-niveaus naar elektrische subbanden en de hiermee corresponderende geleidingsquantisatie worden hiermee aangetoond.

Wat gebeurt er nu in zwakkere magneetvelden, als  $2l_c > W$ ? Weer bestaan er twee soorten toestanden, namelijk randtoestanden en toestanden die corresponderen met 'overstekende' baantjes (fig. 4b en c). Dit zijn hybride magneto-elektrische quantumtoestanden.

We hebben nu de volgende eenvoudige situatie. In sterke magneetvelden ( $l_c \ll W$ ) is het aantal voor transport relevante quantumtoestanden het aantal randtoestanden  $\pi l_c/\lambda_F$ . Voor magneetveld nul hebben we  $2W/\lambda_F$  elektrische subbanden. Een magneetveld reduceert dus het aantal subbanden, of modes, hetgeen begrepen kan worden als een gevolg van de opsluiting van elektronen aan de rand van het preparaat in een 'kanaaltje' met breedte  $\approx l_c$ . Met de regel voor Bohr-Sommerfeld-quantisatie kan een formule afgeleid worden die het aantal subbanden ook in het tussenliggende gebied geeft. De redenering die tot de gequantiseerde geleiding van het quantum-puntcontact leidde (en die gebaseerd was op het gegeven dat het produkt van toestandsdichtheid en groepssnelheid onafhankelijk van het subbandindex  $n$  is, zie het kader), blijft geldig in een magneetveld. Deze gedachtegang wordt bevestigd door de experimentele resultaten. In fig. 5 is het uit de waarde van de gequantiseerde geleiding verkregen aantal subbanden uitgezet tegen  $1/B$ . De stapsgewijze verandering klopt goed met de getrokken lijn die is berekend<sup>[10]</sup>. We zien dus hier in een experiment de continue overgang van



**Fig. 6.** De negatieve magnetoweerstand bij vierpuntsmeting van de spanningsval over de constrictie voor een serie instelspanningen. De inzet geeft de geometrie. Het effect is een gevolg van het ontstaan van hinkelbaantjes in een magneetveld, waardoor bij hoge veldsterkten de elektronen de vernauwing met meer zien. De lijnen zijn berekend met vgl. 4.

elektrische quantisatie door de laterale opsluitpotentialiaal, via hybride magneto-elektrische toestanden naar pure Landau-niveaus. Dit experiment toont tevens de universele geldigheid aan van de formule van Landauer  $G = N_l(2e^2/h)$  voor ballistisch transport.

### Vierpuntsweerstand van een constrictie

Tot dusver hebben we ons beperkt tot de tweepuntsweerstand, gegeven door de totale spanningsval over de stroomvoerende contacten. Deze neemt toe met het magneetveld, door het afnemen van het aantal subbanden in de vernauwing. De tweepuntsweerstand geeft geen informatie over de verdeling van de spanningsval over het 2-DEG. Om dit te onderzoeken, hebben we ook de vierpuntsweerstand onderzocht<sup>[11]</sup>. Dit is de weerstand die wordt gemeten over twee contacten die geen stroom voeren. Hiertoe is een preparaat gemaakt (in samenwerking met de groep te Cambridge) met twee extra contacten aan de twee brede 2-DEG gebieden aan weerszijden van de vernauwing. De resultaten in fig. 6 tonen aan dat de vierpuntsweerstand afneemt met toenemend magneetveld! Dit effect kunnen we als volgt verklaren.

In het ballistische transportregime kan een spanningsval over een constrictie alleen ontstaan als het aantal voor de stroom beschikbare subbanden, of modes, in de brede gebieden groter is dan dat in de constrictie ( $N_c$ ). In een magneetveld neemt het aantal modes in de brede gebieden  $N_l = \pi l_c/\lambda_F$  veel sneller af dan het aantal subbanden in de constrictie, doordat dit laatste pas significant begint te veranderen als

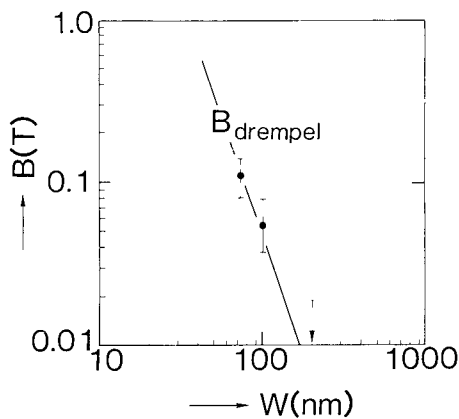


Fig. 7. Drempelveld, nodig voor het ontstaan van een Hall-effect, als functie van de kanaalbreedte. De punten zijn uit het experiment van Roukes<sup>[1]</sup>, de lijn is berekend met vgl. 5

$2l_c < W$ . Als dit eenmaal het geval is, dan zal het aantal modes in de brede gebieden gelijk zijn aan het aantal modes in de constrictie, en de spanningsval hierover is tot nul gereduceerd. We vinden dus een negatieve magnetoweerstand, waarvoor de volgende formule afgeleid kan worden<sup>[11]</sup>:

$$R_{Ht} = (h/2e^2)(N_c^{-1} - N_L^{-1}), \quad (4)$$

in goede overeenstemming met de experimentele resultaten (fig. 6).

Dit effect kan ook klassiek verklaard worden. Bij een magneetveld waarvoor  $2l_c < W$ , zal alle stroom ongehinderd door de constrictie kunnen lopen: de elektronen 'zien' de constrictie dan niet meer, omdat ze zich langs de rand van het preparaat bewegen in hun hinkelbaantjes. De vierpuntsweerstand zal dan afgenomen zijn tot de achtergrondswaarde, die veroorzaakt wordt door de eindige vrije-weglengte in het elektronengas. (We merken nog op dat voor hogere instelspanningen weliswaar de breedte van de constrictie afneemt, maar ook de elektronendichtheid, hetgeen in sterkere velden in overeenstemming met vgl. (4) een overgang naar positieve magnetoweerstand veroorzaakt.) Wat we in dit experiment waarnemen, is een herverdeling van de spanningsval over het preparaat. In veld nul valt alle spanning over de constrictie, maar in sterkere velden valt deze in toenemende mate over de verbinding van de stroomvoerende contacten met het elektronengas, terwijl de puntcontactweerstand wordt tenietgedaan.

### Onderdrukking van het Hall-effect

In het voorgaande hebben we gezien hoe de spanningsval over de lengterichting van het preparaat is verdeeld. Een tweede interessante grootheid is de dwarsspanning, of Hall-spanning, die in 124

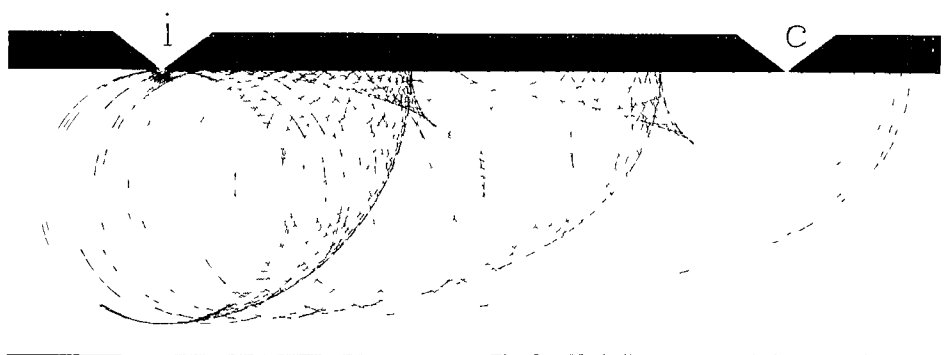


Fig. 8. Hinkelbaantjes, van belang voor het elektronfocuserings-experiment. De elektrode waarmee de puntcontacten gedefinieerd worden, is schematisch in zwart weergegeven. Het puntcontact *i* injecteert in alle richtingen elektronen in het 2-DEG. Puntcontact *c* fungeert als collector. Voor de duidelijkheid zijn de hinkelbaantjes getekend tot de derde specular reflectie aan de rand.

een magneetveld ontstaat. Een Hall-spanning wordt gemeten met contacten aan weerszijden van een nauw kanaal. Klassiek verwacht men een Hall-spanning die gegeven wordt door  $(B/n_e)eI$  waarbij  $n_e = k_F^2/2\pi$  de elektronendichtheid in het 2DEG voorstelt. Onlangs is door Roukes en anderen<sup>[5]</sup> ontdekt dat in een smal kanaal bij lage temperaturen de Hall-spanning voor magnetische velden onder een zekere drempelwaarde totaal wordt onderdrukt. Dit intrigerende effect had geen verklaring. We zullen hier een mogelijke oorzaak bespreken<sup>[6]</sup>. De basisoverweging is dat het voor het ontstaan van een Hall-spanning nodig is de elektronen te lokaliseren aan een van de randen van het kanaal. Hiervoor zijn randtoestanden nodig, die met de eerder genoemde hinkelbaantjes corresponderen. De 'overstekende' baantjes (zie fig. 4) raken beide wanden van het kanaal even vaak, en geven dus geen bijdrage tot het potentiaalverschil tussen beide Hall-contacten. Het probleem is zodoende gereduceerd tot het vinden van de minimale condities voor het bestaan van een gequantiseerde hinkelbaan. De quantisatieregule van Bohr-Sommerfeld leert ons dat een hinkelbaantje minimaal een fluxquantum  $h/e$  dient te omvatten (de gearceerde oppervlakte in fig. 4). Een hinkelbaantje mag de andere wand niet raken, zodat we met eenvoudige meetkunde vinden dat de maximale oppervlakte van de orde  $W(Wl_c)^{1/2}$  is. Dit levert een drempelveld<sup>[6]</sup>

$$B_{\text{drempel}} \approx 2 \frac{h}{e} k_F^{-1} W^{-3}. \quad (5)$$

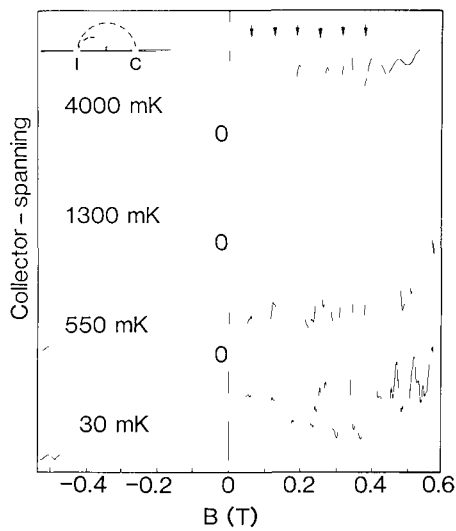
Zoals fig. 7 toont, is de overeenstemming van dit simpele criterium met de meetgegevens van Roukes en anderen heel goed. We merken op dat de numerieke constante in vgl. (5) enigszins onzeker is, maar de afhankelijkheid van  $W^{-3}$  en  $k_F^{-1}$  karakteristiek is voor dit mechanisme. Wat nu nog ontbreekt, is natuurlijk een theorie die ook de Hall-spanning als functie van het magneetveld geeft voorbij de drempelwaarde. De precieze vorm van de Hall-contacten aan het nauwe kanaal zal hierop een bepalende invloed hebben.

### Coherente focussing van elektronen

In 1965 stelde Sharvin<sup>[1]</sup> een nieuwe methode voor waarmee informatie over het Fermi-oppervlak verkregen kan worden. Daarbij wordt gebruik gemaakt van de focussing van elektronen met een magneetveld. Wij hebben een elektronfocuserings-experiment gerealiseerd in een 2-DEG<sup>[7]</sup> in de geometrie van Tsou<sup>[12]</sup>, waarbij het magneetveld loodrecht op de stroom staat. Dit experiment maakt het mogelijk om hinkelbaantjes direct waar te nemen. De wijze waarop focussing tot stand komt, is te zien in fig. 8, waar een serie elektronenbanen is geschetst, die corresponderen met injectie van elektronen in alle richtingen. Bij het variëren van  $B$  wordt steeds als een focus langs de collector schuift, een piekspanning gemeten, namelijk als de puntcontactafstand  $L \approx 3,0 \mu\text{m}$  een geheel aantal keer de cyclotrondiameter is. We verwachten dus een stel van equidistante pieken voor velden:

$$B_{\text{focus}} = t \frac{mv_F}{eL}, \quad t = 1, 2, \dots \quad (6)$$

De meetresultaten bij 4 K in fig. 9 tonen inderdaad deze pieken. Dit demonstreert het bestaan van hinkelbaantjes, en toont daarmee tevens aan dat de botsingen van elektronen met de rand van het 2-DEG in hoge mate spiegelend zijn. Bij lagere temperaturen treedt een fijnstructuur op in de focuseringspieken, die klassiek niet voorspeld wordt. Het betreft hier een nieuw interferentieverschijnsel, veroorzaakt door het feit dat elektronen via verschillende paden van de injector naar de collector kunnen komen<sup>[13]</sup>. Het experiment bevestigt dat de ballistische elektronen zich over grote afstand coherent bewegen. Essentieel hierbij is dat het quantum-puntcon-



**Fig. 9.** Gemeten elektronfocussing tussen 4 K en 30 mK. De pijltjes geven berekende waarden voor de klassieke piekpositie weer. De additionele pieken (die alleen bij lage temperatuur worden waargenomen) zijn een gevolg van interferentie van elektronen die via verschillende paden van injector naar collector kunnen lopen (vgl. fig. 8).

tact zich gedraagt als een puntbron van 'monochromatische' (mono-energetische) elektronen.

## Conclusies

We hebben in het bovenstaande laten zien dat quantum-ballistisch transport rijk is aan nieuwe verschijnselen. Met dit onderzoek is duidelijk geworden dat het mogelijk is elektron-optica in de vaste stof te realiseren. Een monochromatische puntbron, een golfpijp, een spiegel en een magnetische lens zijn nu al beschikbaar. We kunnen in de toekomst nog spectaculaire ontwikkelingen verwachten op dit nieuwe gebied, waar elektronen zich gedragen als interfererende kaatsballen.

Dit onderzoek is mogelijk gemaakt door de bijdrage van velen. De heterostructuren werden gegroeid door C.T. Foxon en J.J. Harris van Philips Research Laboratories te Redhill, Engeland. Verder werkten aan dit onderzoek mee: H. Ahmed, M.E.I. Broekaart, L.P. Kouwenhoven, J.M. Lagemaat, L.W. Lander, P.H.M. van Loosdrecht, J.E. Mooij, J.A. Pals, M. Pepper, M.F.H. Schuurmans, C.E. Timmering, T.J. Thornton en J.G. Williamson.

## Referenties

- 1 Y.V. Sharvin, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **48** (1965) 984 (Sov. Phys. JETP **21** (1965)) 655; zie ook A.G.M. Jansen, A.P. van Gelder en P. Wyder, J. Phys. **C13** (1980) 6073.
- 2 B.J. van Wees, H. van Houten, C.W.J. Beenakker, J.G. Williamson, L.P. Kouwenhoven, D. van der Marel en C.T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 848.
- 3 M.P. van Albada en A. Lagendijk, Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 2692.
- 4 D. Lenstra, L.P.J. Kamp en W. van Haeringen, Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde **A53** (1987) 14; zie ook NTvN **B54** (1988) 103.
- 5 M.L. Roukes, A. Scherer, S.J. Allen Jr., H.G. Craighead, R.M. Ruthen, E.D. Beebe en J.P. Harbison, Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 3011.
- 6 C.W.J. Beenakker en H. van Houten, Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 2406.
- 7 H. van Houten, B.J. van Wees, J.E. Mooij, C.W.J. Beenakker, J.G. Williamson en C.T. Foxon, Europhys. Lett. **5** (1988) 721.
- 8 D.A. Wharam, T.J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J.E.F. Frost, D.G. Hasko, D.C. Peacock, D.A. Ritchie en G.A.C. Jones, J. Phys. **C21** (1988) L209.
- 9 R. Landauer, Z. Phys. **B68** (1987) 217.
- 10 B.J. van Wees, L.P. Kouwenhoven, H. van Houten, C.W.J. Beenakker, J.E. Mooij, C.T. Foxon en J.J. Harris, Phys. Rev. **B38** (1988) 3625.
- 11 H. van Houten, C.W.J. Beenakker, P.H.M. van Loosdrecht, T.J. Thornton, H. Ahmed, M. Pepper, C.T. Foxon en J.J. Harris, Phys. Rev. **B37** (1988) 8534.
- 12 V.S. Tsor, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **68** (1975) 1849 (Sov. Phys. JETP **41** (1975) 927); P.A.M. Benistant, proefschrift Nijmegen (1984).
- 13 C.W.J. Beenakker, H. van Houten en B.J. van Wees, Europhys. Lett. **7** (1988) 359.

## Boekbesprekingen

**I.L. Rozental, Big Bang Big Bounce: How Particles and Fields Drive Cosmic Evolution, translated from the Russian by J. Estrin, Springer, Berlijn, 1988, 129 blz., DM 58,-.**

In zijn voorwoord zegt de auteur dat hij, anders dan Weinberg in *The First Three Minutes*, ervan uitgaat dat zijn lezers een wiskundige formule kunnen verstaan en weten wat een proton is. Hij beroept zich daarbij op Gibbs, die de vraag wat belangrijker is, onderwijs in talen of in wiskunde, beantwoordde met: 'Mathematics is a language'.

Het eerste hoofdstuk vat de huidige inzichten omtrent elementaire deeltjes samen, met 'grand unification' en het daardoor voorspelde protonverval als sluitstuk. Dat de  $10^{29}$  protonen in een menselijke tijd een dodelijke ionisatie teweeg zouden brengen als de levensduur van het proton korter zou zijn dan  $10^{15}$  jaar ( $10^5$  heelalleertijden), is een aardig voorproefje op het antropisch principe. Diepgravende experimenten tonen vandaag de dag aan dat het proton minstens  $10^{31}$  jaar stabiel is, net wel of net niet in strijd met de voorspellingen.

Het tweede hoofdstuk begint met het klassieke beeld van het heelal als een onveranderlijk firmament, dat Einstein nog verleide om aan zijn algemene relativiteitstheorie hypothetische krachten toe te voegen, 'to impede the Universe from flying asunder'. Uitgaand van *het cosmologisch principe*: gemiddeld is het heelal ruimtelijk isotroop en homogeen, stelden Friedmann en Hubble vervolgens een niet-stationair heelal voor, open of gesloten (voor immer uitdijend of later weer inkrimpend), dat door sterk verbeterde waarnemingsmethoden bevestigd werd. Het verschil tussen een door straling en een door materie beheerste ontwikkeling, de afwezigheid van anti-materie, en het ontstaan van melkwegstelsels en sterren worden besproken.

In het derde hoofdstuk maakt de auteur met ingenieuze schattingen aannemelijk dat als de deeltjesmassa's en de koppingsconstanten iets anders uitgevallen zouden zijn, een totaal ander heelal zou zijn ontstaan, met veel minder structuur dan het onze. Dit leidt tot *het antropisch principe*: de aanwezigheid van een waarnemer in het heelal legt beperkingen op aan de fysische wetten en aan de parameters. Vandaar ook dat in een geobserveerd heelal de gemiddelde dichtheid niet veel kan afwijken van de kritieke waarde die de grens tussen een

open en een gesloten heelal markeert; anders zou een te snelle expansie geen melkwegstelsels toelaten, of een te vlugge 'collapse' zou onvoldoende tijd bieden voor een biologische evolutie. De waargenomen dichtheid is slechts een factor 10 te laag.

Het hoofdonderwerp komt pas in het laatste hoofdstuk aan de orde: wat is de toestand van het heelal op  $t = 0$ , het moment van het 'Big Bang', of zelfs daarvoor? Friedmann's oplossing is singulier in  $t = 0$ , en impliceert dat tussen toen en nu de 'causale horizon' kleiner moet zijn geweest dan het heelal, zodat isotropie en homogeniteit slecht te begrijpen zijn. Het door Higgs voorgestelde hypothetische scalaire veld met bijbehorende deeltjes biedt uitkomst. Het maakt een fase-overgang in de structuur van het vacuüm mogelijk, tussen een 'hete' toestand vóór  $t = 10^{-35}$  s en een 'koude' toestand daarna, waarbij de vrijkomende energie deeltjes creëert. Friedmann's oplossing geeft slechts na de overgang, als de fundamentele parameters ingevroren zijn; daarvoor is De Sitter's model voor een uitdijend heelal toepasbaar, waarin het horizonprobleem zich niet voordoet en dat strikt genomen niet singulier is: 'Bang' wordt 'Bounce'. Ten slotte doet de auteur, volgens wie de bestaande wereld (onbegrensd in ruimte én tijd)

meer omvat dan de waarneembare, voor  $t < 0$  een beroep op recente 'supergravity'-theorieën, waarin alle wisselwerkingen verenigd worden. Divergenties lijken dan echter alleen vermeden te kunnen worden als de ruimte ten minste 10 dimensies heeft. Het waargenomen heelal zou dan een tot drie dimensies gecontraheerde verstoring van deze multidimensionale achtergrond zijn. 'It is conceivable, for example, that such a perturbation stems from a merger of some metagalaxy with the general background (at the end of cosmological contraction, say)'. De ontbrekende dimensies zouden zich pas op een schaal van  $10^{-32}$ m manifesteren.

De vertaling is duidelijk, al heeft het samenvoegen van wat in het Russisch twee boeken besloeg, zowel herhalingen als hiaten veroorzaakt, zo komen de titel van het boek en het samenvattende plaatje dat de omslag versiert, nergens expliciet ter sprake. Het boek is minder goed geschreven dan dat van Weinberg of dan het recente *A Brief History of Time* van Hawking (die opmerkt dat iedere vergelijking in zijn boek de verkoop ervan zou halveren), maar het gebruik van althans enige wiskunde geeft de geschoolde lezer wel meer houvast. Van verifieerbare afleidingen kan echter geen sprake zijn, zodat niet-specialisten de auteur toch alleen op zijn woord moeten geloven. Zij moeten maar hopen dat de eenheid van de natuurkunde uiteindelijk zelfs tegen 'grand unification' bestand zal blijken.

Deze hoop wordt door het speculatieve gemak waarmee Rozental zijn intrigerende onderwerp benadert, onvoldoende gevoed. Iemand die de kubus van Rubik niet kent, zou uit een hoekelement waarschijnlijk de hele kubus kunnen reconstrueren. Geldt iets dergelijks, op gigantische schaal, voor een hypothetisch Higgs-deeltje? Is het echt mogelijk om op papier de structuur van het heelal te ontrefelen en tot zinvolle conclusies te komen over zaken die zich aan onze waarneming zullen blijven onttrekken? De auteur is zich althans van de bezwaren die het al te anthropische principe uitlokt wel bewust, maar toch veroorlooft hij zich grandioze gedachtensprongen en maakt hij opmerkingen zoals 'Nature does not tolerate architectonic redundancies' en 'One may state with some certitude that in a way, the human mind is the crown and loid of Nature's creation' (in een poging tot eerherstel van een soort geocentrisch wereldbeeld, die volgens mij alleen maar op een conflict tussen het cosmologisch en het anthropisch principe kan uitlopen, maar ja, principes zijn lastig).

Toevallig las ik dit boek terzelfder tijd als Marguerite Yourcenar's roman

*l'Oeuvre au Nou*, in de voortreffelijke vertaling van Jenny Tum, die onder de titel *Het Hermetisch Zwart* bij Polak & Van Gennep verscheen. Hoofdpersoon is Zeno, medicus, alchimist en filosoof, begin zestiende eeuw (toen speculeren nog gevaarlijk was), die zich ophoudt, zo zegt de achterflap, 'halverwege tussen het hermetisme en de Kabbala ter ene en een atheïsme dat nog nauwelijks kan worden verwoord, ter andere zijde'. Ik kon niet nalaten parallellen te trekken, en op een merkwaardige wijze werd Rozental's gedachtenvlucht mij daardoor sympathieker. De combinatie wordt aanbevolen.

A Compagner

**Tributes to Paul Dirac, J.G. Taylor ed., Adam Hilger, Bristol 1987, IX + 123, ISBN 0 85274 4803. Prijs £9.95 gebonden.**

In het voorjaar van 1985, precies een half jaar na Dirac's overlijden op 82-jarige leeftijd, werd in Cambridge een herdenkingsbijeenkomst gehouden. De bijdragen en de toespraken die 's avonds tijdens een diner werden gehouden, vormen de basis van een klein sympathiek boekje waarin zowel persoonlijke herinneringen als een overzicht van Dirac's bijdragen tot zowel de natuurkunde als de wiskunde een plaats vinden. Het geheel wordt voorafgegaan door een biografische schets door R.H. Dalitz. Onder de auteurs vinden we namen als Lighthill, Peierls, Salam, zijn zwager Wigner en anderen. De persoonlijke bijdragen lopen uiteen van officiële toespraken tot alledaagse herinneringen. Sommige zijn aardig om te lezen, andere slechts van anecdotisch belang. Interessanter zijn de opstellen over Dirac's werk. Dat deel opent met een bijdrage van Mehra over de rol van Dirac bij de ontwikkeling van de quantummechanica in de jaren twintig. Polkinghorne schrijft over Dirac's rol in de vaststelling van de interpretatie van quantummechanische resultaten. Hij wijst onder andere op een merkwaardige inconsistentie in Dirac's opvattingen. Enerzijds getuigt Dirac van een positivistische interpretatie, anderzijds verwerpt hij renormalisatietechnieken, hoewel die van positivistisch standpunt uit bevredigende resultaten geven. Salam schrijft over de eindige-veldtheorieën en Lighthill, hoe kan het anders, over Fourier-analyse en gegeneraliseerde functies. Deze laatste bijdrage geeft een aardig verslag van de verschillen tussen de opvattingen van de wiskundige Hardy en de fysicus Dirac. Dan volgt

een korte bijdrage van Goddard over magnetische monopolen. De slotbijdrage is van Taylor, die ook de bezorger is van de uitgave. Zijn opstel gaat over constrained dynamics. Het boekje, het telt slechts een 120 pagina's, geeft alles bij elkaar een aardig en onderhoudend beeld van een van de grootste fysici van onze tijd. Wel vraag je je af of zo iemand in onze huidige universitaire omstandigheden nog wel aan bod zou komen.

F.W. Sluiter

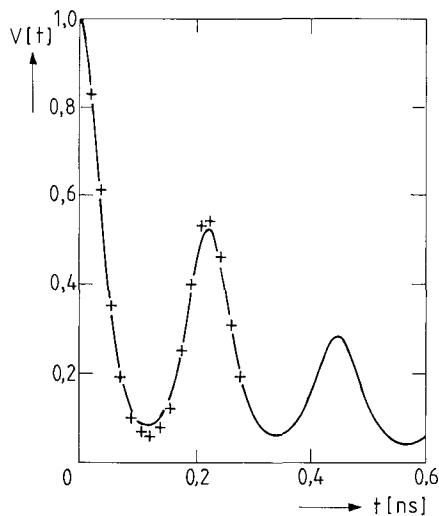
**C. le Pair, H. Benschop en J.J. Broeder (redactie), Zomerschool: De wetenschapper in relatie tot de overheid in het verleden en nu, Stichting STW en Stichting FOM, Utrecht, 1988, 166 blz. ISBN 90-9002238-4. Prijs f 32,50. Te bestellen bij STW, postbus 3021, 3502 GA Utrecht.**

Onder auspiciën van de Stichting voor de Technische Wetenschappen is uiteindelijk toch nog verschenen een verslag van een zomerschool uit 1983 over 'De Wetenschapper in relatie tot de overheid in het verleden en nu'. Naast korte bijdragen van Pannenburg, Broeder en een inleiding van Le Pair wordt de hoofdinhoud bepaald door bijdragen van prof. mr. G.C.J.J. van den Bergh en de inmiddels betreurde prof. dr. R. Hooijkaas.

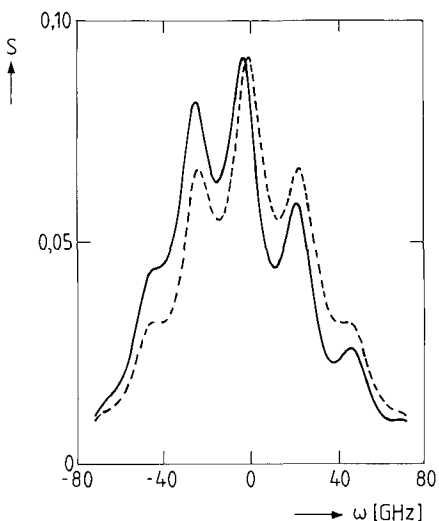
De bijdrage van Van den Bergh, 'Kennissen en Macht, Verkenningen van een rechtshistoricus rond het thema overheid en wetenschappen', zou eigenlijk verplichte lectuur moeten zijn voor een ieder die bemoerens heeft met het wetenschapsbeleid, hetzij als maker ervan, hetzij als onderwerp, hetzij als handlanger.

De roep om direct nut voor de gemeenschap blijkt oud. De zojuist afgetreden Twentse rector blijkt in 1872 al een voorganger gehad te hebben in de persoon van de Leidse rector Rauwenhoff. Ook geeft Van den Bergh vele voorbeelden van wetenschappelijk hoogstaanden die hun redeneringen aanpassen aan de eisen van de geldgevers. Zelfs Hugo de Groot blijkt er niet wars van. Maar het aantal voorbeelden van vervlechting van staatsbelang en wetenschappelijke opinie blijkt aanzienlijk.

In het licht van de roep om een derde geldstroom wordt de weinig verheffende geschiedenis rond de Utrechtse 'oliecultuur' opgehaald, daarmee aantonend



**Fig. 5.** Een betekende 'visibility'-kromme voor een halfgeleiderlaser in de toestand van coherentecollaps. De coherentietijd is ongeveer 0,1 ns. De secundaire maxima corresponderen met de relaxatie-trillingstijd en veelvoud daarvan. De + zijn meetresultaten verkregen in het Philips Nat Lab.



**Fig. 6.** Een berekend optisch spectrum (getrokken lijn) van een halfgeleiderlaser in de toestand van coherentecollaps. De asymmetrie wordt veroorzaakt door de koppeling van amplitudefluctuaties aan fasefluctuaties. Als er alleen met fasefluctuaties wordt gerekend, is de onderbroken lijn het resultaat.

rol. Deze wordt immers voortdurend aangeslagen door de 'externe' ruis. Het vermogenspectrum wordt dan ook gekarakteriseerd door een structuur met secundaire maxima die in verband staan met de relaxatie-frequentie; zie fig. 6. Een interessant aspect is bovendien dat de centrale piek niet de vorm van een lorentziaan heeft, zoals voor een laser zonder terugkoppeling, maar een Gauss-vorm. Dit impliceert ook een Gauss-vorm voor de 'visibility'-functie, in fraaie overeenstemming met experimentele bepalingen<sup>[9]</sup>; zie fig. 5. De asymmetrie die zo duidelijk aanwezig is in het vermogenspectrum (fig. 6), is een gevolg van het feit dat er fysisch onderscheid gemaakt moet worden

tussen een fasefluctuatie die wordt gevolgd door een intensiteitsfluctuatie, en het omgekeerde geval waarin een fluctuatie van de intensiteit wordt gevolgd door een van de fase. Er is dus sprake van tijdomkeer-asymmetrie in de correlaties tussen intensiteit en fase. Deze komt wel tot uiting in het vermogenspectrum maar niet in de 'visibility'-krommen.

### Referenties

- 1 B H Verbeek, D Lenstra en A J den Boef, Philips Technisch Tijdschrift **43** (1987) 314
- 2 G A Acket en W Nijman Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde **A53** (1987) 22
- 3 Ch H Henry, IEEE Journal of Quant Electron **QE-19** (1983) 1391
- 4 G A Acket, D Lenstra, A J den Boef and B H Verbeek, IEEE Journal of Quant Electron **QE-20** (1984) 1163
- 5 J S Cohen, R R Drenten and B H Verbeek te verschijnen in IEEE Journal of Quant Electron
- 6 H Temkin, N A Olsson, J H Abeles, R A Logan and M B Panish, IEEE Journal of Quant Electron **QE-22** (1986) 286
- 7 Ch H Henry and R Kazanin, IEEE Journal of Quant Electron **QE-22** (1986) 294
- 8 J Mørk, B Tromborg and P L Christiansen, IEEE Journal of Quant Electron **QE-24** (1988) 123
- 9 D Lenstra, B H Verbeek and A J den Boef, IEEE Journal of Quant Electron **QE-21** (1985) 674



*Dr. H. van Houten (1957) studeerde experimentele natuurkunde aan de Rijksuniversiteit Leiden, waar hij in 1984 bij prof. dr. J. J. M. Beenakker promoveerde op een proefschrift over dubbele breking van licht in visceuze stroming van meer-atomige gassen. Sindsdien werkt hij op het Philips Natuurkundig Laboratorium te Eindhoven in de groep Physics and Materials Science of Thin Films onder leiding van prof. dr. u. J. A. Pals. Zijn onderzoek betreft de fysica van elektrisch transport bij lage temperaturen en in magneetvelden van laagdimensionale halfgeleiderstructuren. Sinds mei 1988 is hij in het kader van een uitwisselingsprogramma voor een jaar in dienst van de Philips Research Laboratories in Briarcliff Manor (NY).*



*Dr. B. J. van Wees (1961) studeerde natuurkunde in Delft. Zijn afstudeerwerk (1985) betoef netwerken van Josephson-juncties. Momenteel is hij in dienst van de stichting FOM werkzaam als promovendus in de vakgroep voor vaste-stoffysica en supergeleiding onder leiding van prof. dr. u. J. E. Mooij aan de Technische Universiteit Delft. Hij onderzoekt de elektrische geleiding van sub-micronstructuren in een twee-dimensionaal elektronengas.*



*Dr. C. W. J. Beenakker (1960) studeerde theoretische natuurkunde aan de Rijksuniversiteit Leiden, waar hij in 1984 promoveerde bij prof. dr. P. Mazur. Voor zijn proefschrift over hydrodynamische veel-deeltesinteracties in suspensies ontving hij de C. J. Kok-prijs. Als stipendiaat van de Niels Stensen-stichting werkte hij bij de universiteiten van Stanford en Santa Barbara (USA) aan computer-simulatie van precipiterende oplossingen. Sinds 1986 werkt hij op het Philips Natuurkundig Laboratorium te Eindhoven in de groep theoretische natuurkunde onder leiding van prof. dr. u. M. F. H. Schuurnans. Recent werk betreft topologische aspecten van korrelgroei en quantummechanische interferentie-effecten in sub-micronstructuren.*

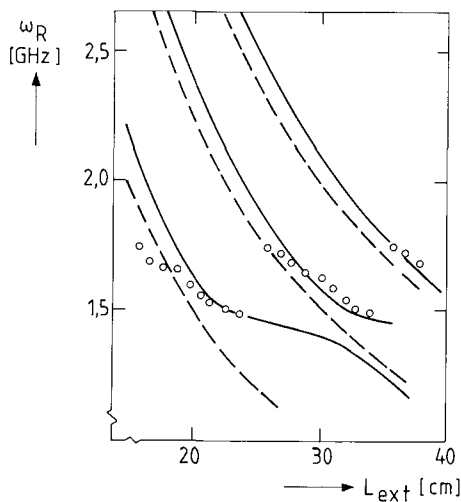


Fig. 3. De relaxatiefrequentie  $\omega_R$  als functie van de lengte  $L_{ext}$  van de externe trilholte. De onderbroken lijnen geven de externe modi. De getrokken lijnen geven de berekende frequentietrackson van een halfgeleiderlaser met optische terugkoppeling. Cirkeltjes stellen gemeten waarden voor.<sup>[5]</sup>

gedempte relaxatie-oscillatie. Hieraan gepaard gaan fluctuaties van de brekingsindex in de actieve laag, dus van de optische lengte van de laserdiode. Dit heeft weer fluctuaties in de fase van het licht tot gevolg. Bij voldoende sterke optische terugkoppeling kan bovengenoemde fasefluctuatie het vermogen evenredig met  $(\Delta\varphi)^2$  doen afnemen, doordat de interferentie met het terugkoppellicht niet langer constructief is. De afname van het vermogen doet vervolgens de dichtheid van ladingdragers toenemen, waarna ook de fase verder toeneemt. Aldus kan een dynamische instabiliteit ontstaan, die in een lineaire theorie, waar kwadratische fluctuaties worden verwaarloosd, natuurlijk nooit worden gevonden.

Experimenteel werk van Temkin c.s.<sup>[6]</sup> in de eerdergenoemde AT&T Bell Laboratories wees duidelijk in de richting van zo'n instabiliteit en geïnspireerde Henry en Kazarinov<sup>[7]</sup> tot een preciezer beschouwing. Zij leidden een vergelijking af voor de dichtheid van ladingdragers die equivalent is aan die voor een deeltje in een potentiaalput waaruit ontsnapping over een eindig hoge barrière mogelijk is. Zo'n ontsnapping – te vergelijken met het optreden van de dynamische instabiliteit – wordt veroorzaakt door een optredende fasefluctuatie ten gevolge van spontane emissie, die toevallig juist van de goede soort is.

De gemiddelde wachttijd om aldus uit de stationaire toestand te ontsnappen, blijkt af te nemen met toenemend laservermogen. Merkwaaardig genoeg is de coherente toestand daardoor des te stabielier naarmate de laser dicht bij drempel werkt. Ver boven de drempel worden de ontsnappingen dermate

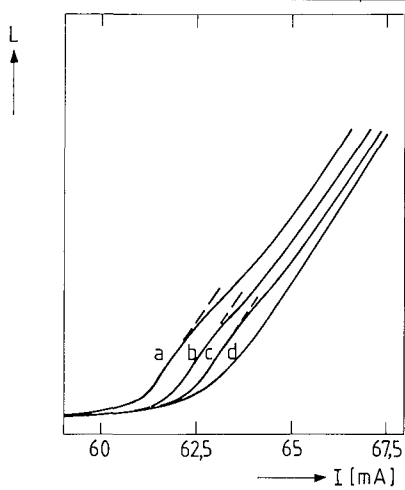


Fig. 4. Gemeten (J. Mink, Philips Natuurkundig Laboratorium)  $L$ - $I$ -karakteristiek van een halfgeleiderlaser bij verschillende sterkten van de terugkoppeling (curven a-c), die de typerende knik vertonen welke verband houdt met de overgang van coherente naar incoherente terugkoppeling. In geval d is er geen terugkoppeling.

talrijk dat een beschrijving die de coherente, d.w.z. door welbepaalde faserelaties gekarakteriseerde, toestand als uitgangspunt beschouwt, niet langer van toepassing is. Dat kan experimenteel in verband worden gebracht met het optreden van een typerende knik in de vermogen/stroomkarakteristiek bij relatief sterke terugkoppeling; zie fig. 4. De bovenbeschreven dynamische instabiliteit treedt vooral op aan de onderkant van de knik, terwijl zich daarboven het nog te behandelen regiem van coherentiecollaps bevindt.

#### Kopenhaagse visie

De onderzoekers Mørk c.s.<sup>[8]</sup> van de Technische Universiteit Lyngby (bij Kopenhagen) hanteren een model waarin per externe looptijd  $\tau$  het terugkoppellicht wordt benaderd door een monochromatisch veld. Ze tonen dan aan dat er bistabiel gedrag ontstaat met twee quasi-stationaire toestanden. Eén daarvan lijkt sterk op een coherente terugkoppeltoestand, terwijl de andere lijkt op de toestand die men zonder terugkoppeling zou hebben. Het optisch vermogen bij de laatste toestand is kleiner dan dat bij coherente terugkoppeling. Vanuit de toestand met lage intensiteit herstelt de laser zich geleidelijk naar de coherente terugkoppeltoestand met hogere intensiteit. Deze toestand is niet stabiel en na verloop van tijd treedt, tamelijk plotseling, een overgang op naar de toestand met lagere intensiteit.

Deze gang van zaken hoeft niet per sé verschillend te zijn van die van Henry en Kazarinov, ware het niet dat uit de numerieke simulaties van de Deense groep blijkt dat spontane emissie niet echt essentieel is om de instabiliteit te

veroorzaken. Daarentegen lijkt de spontane emissie eerder een stabiliserende invloed op het fluctuatiedrag van de laser te hebben. Dat is een belangrijke aanwijzing dat er bij sterke terugkoppeling een chaotische, d.w.z. in de deterministische dynamica besloten liggende, toestand optreedt die wordt gekenmerkt door grote fluctuaties.

#### Coherentiecollaps

Chaos of geen chaos, een feit is dat bij vrij sterke terugkoppeling en laserwerking ruim boven de drempel het frequentiespectrum enorm verbreed is, tot wel 50 GHz. Dit correspondeert met een coherentielengte van slechts 6 mm, een dramatische teruggang ten opzichte van de 'normale' coherentielengte zonder terugkoppeling van zo'n 5 à 10 m. Deze instorting van de coherentie staat nu bekend als de coherentiecollaps<sup>[9]</sup>. Omdat de terugkoppelweg van de orde van 1 meter is, kan er van welbepaalde faserelaties geen sprake zijn. Het is daarom niet onaannemelijk te veronderstellen dat het terugkoppellicht qua statistische eigenschappen even goed van een geheel andere laser afkomstig zou kunnen zijn. Op dit inzicht is een door ons gevoerde kwantitatieve behandeling van de coherentiecollaps gebaseerd, waarover we elders in detail zullen publiceren. We vatten de terugkoppelterm op als externe ruisbron met gegeven statistische eigenschappen. Vervolgens berekenen we het effect van deze ruisbron op het fluctuatiedrag van het optische veld, waarmee dan dus ook de statistische eigenschappen van het terugkoppellicht bepaald zijn. Deze laatste moeten nu natuurlijk kloppend gemaakt worden met de vóóronderstelde eigenschappen van de externe ruisbron. Aldus krijgen we een zelfconsistent iteratieschema voor de 'rondzingende' ruis.

De hier geschetste theoretische analyse leidt tot goede kwantitatieve overeenkomst met metingen van autocorrelatiefuncties. Een voorbeeld daarvan ziet men in fig. 5, waar de 'visibility'  $V$  is weergegeven. Deze geeft aan in welke mate het licht met zichzelf correleert over variabele tussenpozen. Maximale correlatie correspondeert met  $V = 1$ , volstrekt geen correlatie met  $V = 0$ . Uit de analyse volgt dat spontane emissie een dermate gering effect heeft, dat deze geheel buiten beschouwing kan blijven. Dit is in zoverre consistent met het chaos-idee, dat men kennelijk aan de deterministische vergelijkingen alleen voldoende heeft om het fluctuerend gedrag van de oplossing correct te beschrijven.

Natuurlijk speelt de relaxatie-oscillatie bij de coherentiecollaps een belangrijke